для E_6 $\lambda = \gamma(\omega_1 + \omega_2 + \ldots + \omega_6)$, *где* $\gamma > 0$;

для E_7 $\lambda = \gamma(\omega_1 + \omega_2 + \ldots + \omega_7)$, *где* $\gamma > 0$;

для E_8 $\lambda = \gamma(\omega_1 + \omega_3 + \ldots + \omega_8) + \alpha\omega_2$, *где* γ *и* α *— неотрицательные числа, причём или* $\gamma > 0$, *или* $\alpha > 0$;

для F_4 $\lambda = \gamma\omega_1 + \alpha(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4)$, *где* γ *и* α *— неотрицательные числа, причём или* $\gamma > 0$, *или* $\alpha > 0$;

для G_2 $\lambda = \gamma\omega_1 + \alpha\omega_2$, *где* $\gamma > 0$ *и* $\alpha > 0$ *одновременно.*

Теорема 2. *Присоединенные орбитопы* $\operatorname{conv} O_\lambda$ *не являются зоноидами, кроме, возможно, случаев выбора* λ, *указанных в теореме* 1.

В случае алгебр Ли ранга 1 присоединенные орбитопы суть зоноиды, поскольку они являются евклидовыми шарами.

Гипотеза. *Единичные шары инвариантных норм, которые определяются орбитопами в простых компактных алгебрах Ли ранга больше, чем* 1, *не являются зоноидами.*

Другими словами свойство условной положительной определённости опорных функций выпуклых оболочек орбит групп Вейля, характеризующих зоноиды, не сохраняются при продолжении соответствующих норм с подалгебры Картана до инвариантных норм на всей компактной простой алгебре Ли.

Список литературы

[1] Э.Б. Винберг. Инвариантные нормы в компактных простых алгебрах Ли. Функц. анализ и его прил. **2** (1968), no. 2, 89–90.
[2] Т. Боннезен, В. Фенхель. Теория выпуклых тел. — М.: Фазис, 2002.

Матрицы Картана и системы нелинейных уравнений в частных производных

Д.В. Миллионщиков
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва, Россия
mitia_m@hotmail.com

В работе Шабата и Ямилова [1] были рассмотрены так называемые системы экспоненциального типа, то есть системы гиперболических уравнений в частных производных вида

$$u_{xy}(j) = \exp\left(\sum_{k=1}^{r} a_{jk}u^k\right), \quad j = 1, 2, \ldots, r, \tag{1}$$

где a_{jk} — постоянные коэффициенты, а функции u^j зависят от переменных x и y.

Исследование систем вида (1) в работе [1] было основано на изучении и применении т.н. характеристических алгебр Ли. Шабатом и Ямиловым была высказаны две гипотезы о системах экспоненциального типа. Первая гипотеза состояла в том, что система (1) интегрируема по Дарбу (то есть допускает полные наборы независимых характеристических интегралов по обеим переменным) тогда и только тогда, когда она является прямой суммой нескольких систем экспоненциального типа, у которых матрицы M являются матрицами Картана простых алгебр Ли. Вторая гипотеза утверждала, что системы вида (1), не интегрируемые по Дарбу, но допускающие т.н. высшие симметрии, соответствуют вырожденным матрицам Картана (матрицам Картана аффинных алгебр Каца–Муди). Несмотря на то, что текст [1] так и остался в статусе препринта, данная работа послужила отправной точкой для большого количества исследований и публикаций на тему интегрирования систем экспоненциального типа.

Мы будем обсуждать методы нахождения явных формул для высших симметрий (инвариантов действия локальной группы Ли–Бэклунда) гиперболических систем экспоненциального типа, соответствующих вырожденным матрицам Картана. Доклад основан на результатах работ [2], [3].

Список литературы

[1] А.Б. Шабат, Р.И. Ямилов. Экспоненциальные системы типа I и матрицы Картана. Препринт, Уфа, БФАН СССР, 1981.

[2] Д.В. Миллионщиков. Характеристические алгебры Ли уравнений синус-Гордона и Цицейки. УМН **72** (2017), no. 6, 203–204.

[3] Д.В. Миллионщиков, С.В. Смирнов. Характеристические алгебры и интегрируемые системы экспоненциального типа. Уфимский математический журнал, **13** (2021), no.2, 44–73.

Центральные расширения и теорема Римана–Роха

Д.В. Осипов

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, НИУ ВШЭ, Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва, Россия

d_osipov@mi-ras.ru

Пусть S — гладкая проективная кривая над полем k. Пусть $\mathcal{F}$ — локально свободный пучок $\mathcal{O}_S$-модулей ранга n на S (это есть пучок сечений векторного