Бесконечная транзитивность для групп автоморфизмов плоскости, порождённых конечным набором аддитивных подгрупп

А.И. Чистопольская
НИУ ВШЭ, Москва, Россия
achistopolskaya@gmail.com

Доклад основан на совместной работе с Григорием Тарояном [1].

Пусть $\mathbb{K}$ — алгебраически замкнутое поле характеристики 0 и $a, b \in \mathbb{Z}_{\geqslant 0}$. Рассмотрим следующие группы автоморфизмов аффинной плоскости $\mathbb{A}^2$:

$$H_a\colon (x,y) \mapsto (x + \alpha y^a, y) \ \text{ и } \ K_b\colon (x,y) \mapsto (x, y + \beta x^b), \ \ \alpha, \beta \in \mathbb{K}\,.$$

Группа $\mathbb{G}$ действует на множестве X *бесконечно транзитивно*, если для любых двух наборов различных точек $(x_1, \ldots, x_m)$ и $(y_1, \ldots, y_m)$ множества X найдётся такой элемент $g \in G$, что $g.x_i = y_i$ для $i = 1, \ldots, m$.

Теорема 1. Группа $\langle H_1, K_{d_1}, \ldots, K_{d_m} \rangle$ действует на $\mathbb{A}^2 \setminus \{0\}$ бесконечно транзитивно тогда и только тогда, когда $\mathrm{GCD}(d_1 - 1, \ldots, d_m - 1) = 1$.

Теорема 2. Группа $\langle H_{c_1}, \ldots, H_{c_s}, K_{d_1}, \ldots, K_{d_m} \rangle$ действует на $\mathbb{A}^2 \setminus \{0\}$ бесконечно тразнитивно тогда и только тогда, когда

$$\mathbb{Z}\left\langle \begin{pmatrix} -1 & c_1 \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} -1 & c_s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} d_1 & -1 \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} d_m & -1 \end{pmatrix} \right\rangle = \mathbb{Z}^2.$$

Список литературы

[1] A. Chistopolskaya, G. Taroyan. Infinite transitivity for automorphism groups of the plane $\mathbb{A}^2$ generated by a finite collection of additive subgroups, preprint.

Эйлерово-симметричные проективные торические многообразия

А.А. Шафаревич
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, НИУ ВШЭ, Москва, Россия
shafarevich.a@gmail.com

Пусть $Z \subset \mathbb{P}^n$ — проективное алгебраическое многообразие над полем $\mathbb{C}$. Мы будем говорить, что гладкая точка $x \in Z$ является *эйлеровой*, если существует действие группы $\mathbb{C}^\times$ на $\mathbb{P}^n$ такое, что выполнены следующие три условия:

- многообразие Z инвариантно относительно этого действия;

- точка x — изолированная в Z неподвижная точка относительно этого действия;
- индуцированное действие на $T_x Z$ состоит из скалярных операторов.

Многообразие Z является *эйлерово-симметричным*, если существует открытое подмножество $U \subset Z$, состоящее из эйлеровых точек. В [1] Baohua Fu и Jun-Muk Hwang классифицировали эйлерово-симметричные многообразия и доказали, что на всех эйлерово-симметричных многообразиях существует аддитивное действие.

В своем докладе я приведу доказательство того, что в случае проективных торических многообразий верно и обратное: любое проективное торическое многообразие, допускающее аддитивное действие, является эйлерово-симметричным. Также я дам описание всех эйлеровых точек на проективных торических многообразиях.

Список литературы

[1] B. Fu, J.-M. Hwang. Euler-symmetric projective varieties, arXiv: `math.AG/1707.06764` (2017).

Многообразия Севери–Брауэра и их автоморфизмы

К.А. Шрамов
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, НИУ ВШЭ, Москва, Россия
costya.shramov@gmail.com

Многообразие Севери–Брауэра над полем $\Bbbk$ — это такое многообразие, что его расширение скаляров на алгебраическое замыкание поля $\Bbbk$ изоморфно проективному пространству. Я расскажу про некоторые результаты о группах автоморфизмов таких многообразий. Во-первых, мы обсудим ограниченность конечных подгрупп в группах автоморфизмов многообразий Севери–Брауэра, соответствующих центральным простым алгебрам с делением, определённым над полем, которое содержит все корни из единицы, а также более общие теоремы о конечных подгруппах в алгебраических группах над такими полями. Во-вторых, я опишу классификацию конечных групп, которые могут действовать на нетривиальных поверхностях Севери–Брауэра над полями нулевой характеристики, и сформулирую некоторые открытые вопросы в этом направлении.