[8] L.M. Camacho, J.R. Gómez, A.J. González, B.A. Omirov. Naturally graded quasi-filiform Leibniz algebras. Journal of Symbolic Computation **44** (2010), no. 5, 527–539.
[9] L.M. Camacho, J.R. Gómez, A.J. González, B.A. Omirov. Naturally graded 2-filiform Leibniz algebras. Communications in Algebra **38** (2010), no. 10, 3671–3685.
[10] P. Šemrl. Local automorphisms and derivations on $B(H)$. Proceedings of the American Mathematical Society **125** (1997), 2677–2680.
[11] R.V. Kadison. Local derivations. Journal of Algebra **130** (1990), 494–509.
[12] D.R. Larson, A.R. Sourour. Local derivations and local automorphisms of $B(X)$. Proceedings of Symposia in Pure Mathematics **51** (1990), no. 2, 187–194.

$3j$-символы для представлений алгебры $\mathfrak{gl}_n$

Д.В. Артамонов
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
artamonov.dmitri@gmail.com

Пусть даны неприводимые конечномерные представления V, W, U алгебры Ли $\mathfrak{gl}_n$. Предположим, что в них выбраны базисы Гельфанда-Цетлина $\{v_\alpha\}$, $\{w_\beta\}$, $\{u_\gamma\}$. Тогда $3j$-символом называется набор чисел

$$\begin{pmatrix} V & W & U \\ v_\alpha & w_\beta & u\gamma \end{pmatrix}^s \tag{1}$$

таких, что величина

$$\sum_{\alpha,\beta,\gamma} \begin{pmatrix} V & W & U \\ v_\alpha & w_\beta & u\gamma \end{pmatrix}^s v_\alpha \otimes w_\beta \otimes u\gamma$$

является $\mathfrak{gl}_n$-инвариантной. При этом $3j$-символы с одинаковыми внутренними индексами образуют линейное пространство. Индекс s индексирует базисные $3j$-символы с одинаковыми внутренними индексами.

Легко понять, что задача вычисления $3j$-символов в сущности эквивалентна задаче нахождения коэффициентов Клебша–Гордана, осуществляющих явное разложение тензорного произведения двух неприводимых представлений.

Последняя задача активно обсуждалась в работах, прежде всего связанных с приложениями в квантовой механики. До настоящего момента сложился такой взгляд на проблему явного нахождения коэффициентов Клебша–Гордана: эта задача легко решается для $n = 2$. Она решается явно, но очень сложно для $n = 3$, а при $n > 3$ можно лишь писать рекуррентные соотношения, позволяющие вычислять эти коэффициенты алгоритмически. При этом считалось, что простых и явных формул не существует уже при $n \geqslant 3$.

Тем не менее, оставалась надежда получить такие формулы за счёт использования специальных функций, за счёт интерпретации разных частей возникающих формул геометрически (это, в частности, спрашивается в одной из задач Арнольда).

В докладе я расскажу о том, как явные и простые (и даже очень простые для случая $n = 3$) формулы для произвольного $3j$-символа получить всё-таки удается!

Ключевым фактом будет использование теории обобщённых A-гипергеометрических функций и систем дифференциальных уравнений, которым они удовлетворяют.

Для решения данной задачи будет использована реализация представления в пространстве функций на соответствующей группе Ли, а также построена новая реализация, называемая А-ГКЗ. В процессе решения этой большой задачи будут даны ответы на такие важные вопросы:

1. Какие функции отвечают векторам Гельфанда–Цетлина в этих реализация?

2. Какие функции задают инвариантные векторы в тройном тензорном произведении?

Явная формула для обратного автоморфизма алгебры Вейля

А.Д. Бережной

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

berezhnoyad@yandex.ru

Если задан автоморфизм φ некоторой алгебры A, то как, зная φ, получить φ^{-1}?

Например, если алгебра является кольцом формальных степенных рядов $\mathbb{K}\left[\left[x_1, \ldots, x_n\right]\right]$, а φ является автоморфизмом этой алгебры, то явное описание φ^{-1} даёт формула Абьянкара [1]. Пусть $h_i\left(x_1, \ldots, x_n\right) := \varphi\left(x_i\right) = x_i + \ldots$[1], то есть $h_i(0) = 0$ и $\partial_{x_j} h_i(0) = \delta_{ij}$ — символ Кронекера, тогда для любого $F \in \mathbb{K}\left[\left[x_1, \ldots, x_n\right]\right]$ имеем:

$$\varphi^{-1}(F)\left(x_1, \ldots, x_n\right) = \sum_{k \in \mathbb{N}_0^n} \left(\prod_{i=1}^{n} \frac{\partial_{x_i}^{k_i}}{k_i!}\right) \left(F\left(x_1, \ldots, x_n\right) \left(\prod_{i=1}^{n} \left(x_i - h_i\left(x_1, \ldots, x_n\right)\right)^{k_i}\right)\right),$$

[1]Данное условие требуется для сходимости рядов.