УДК 681.32: 652.15.01

Ю.М.Андрушевич, А.И.Минаков

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ КОРНЕВЫМИ МЕТОДАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН

Исследование переходного процесса в динамическом объекте, например, в контурах управления различных систем самолета, является важной задачей как анализа систем, так и синтеза оптимальных по динамическим параметрам объектов.

Причем, если при анализе существует возможность исследования конкретного объекта или его физической модели, то при синтезе приходиться оперировать только с той или иной математической моделью некоторого "универсального" объекта, варьируя параметры которой и получают детерминированную математическую модель, удовлетворяющую заданным требованиям и являющуюся описанием будущего физического объекта.

Методические подходы к решению данной задачи могут выглядеть по-разному.

Очевидно, что параметры переходного процесса получить непосредственно из переходных характеристик при решении математической модели на АВМ или ЦВМ. Вместе с тем даже использование АВМ, как наиболее удобного инструмента для решения дифференциальных уравнений, при таком пути решения задачи приведет к значительным временным и прочим затратам.

Характеристики переходного процесса могут быть получены из диаграммы Вышнеградского, однако известно, что при этом накладываются ограничения на порядок дифференциального уравнения, представляющего математическую модель объекта [1].

Рассмотрим модификацию метода получения параметров переходного процесса из анализа корней характеристического уравнения.

Как известно из [2], вид корней характеристического уравнения определяет характер переходных процессов в САР. Использование современных ЦВМ, имеющих в библиотеке стандартных программ исходных корней, позволяет исследовать характеристики переходных процессов по корням. Просматривая n -мерную область существования параметров системы можно сформировать алгоритмическим путем оптимальную по динамическим характеристикам модель системы.

В самом общем виде задача определений параметров переходного процесса в рассмотренной постановке выглядит так.

Дан характеристический полином произвольного порядка в виде

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n = 0. \qquad (1)$$

В полиноме приведены коэффициенты

$$a_i = f_i (g_1, g_2, \ldots g_t), \qquad (2)$$

где g_i – некоторые параметры или числа.

Коэффициенты $a_i \in [a_{i\,min}, a_{i\,max}]$ изменяются в этой области с шагом $h a_i$.

Частные случаи: $a_i = 0$; $a_i = const$.

В уравнении (2) параметры g_i могут также изменяться в определенных пределах $g_j \in [g_{j\,min}, g_{j\,max}]$ с шагом по области h_{g_j}.

Частные случаи: $g_j = 0$, $g_j = const$.

Требуется определить из области существования корней характеристического полинома (I) числовые значения его коэффицентов, удовлетворяющие заданным динамическим условиям, т.е. целевой функции

$$\varepsilon = F(t_n, \ldots, \mu, \varphi), \qquad (3)$$

где t_n – заданное время переходного процесса;

μ – колебательность;

φ – затухание за период.

В теории автоматического регулирования можно определять параметры переходного процесса по, так называемому, среднегеометрическому корню

$$\Omega = +\sqrt{p_1 \times p_2 \ldots \times p_n}, \qquad (4)$$

где p_k – корни характеристического уравнения.

Используя методы дисперсионного анализа можно показать, что полученные оценки параметров, исходя из среднегеометрического характеризуются значительной погрешностью, а следовательно трубка допустимых решений при задании целевой функции (3) будет весьма широкой.

Предлагается оценивать параметры переходного процесса по наименьшему по модулю $-|P_{e\,min}|$ и наибольшему $|P_{c\,max}|$ корням. Оценки проводились по известным зависимостям [2].

По изложенной методике оценки параметров переходного процесса составлена универсальная сервисная программа решения (I)-(3) на языке "Алгол" с ориентацией на транслятор ТА-IМ ЦВМ "БЭСМ-4М".

Проверка эффективности разработанного приема и сравнение с известными подходами к решению данной задачи проводилась при расчете параметров переходного процесса объекта, динамика которого описывается уравнением

$$\dddot{\psi} + 2\delta\psi + (2\dot{\delta} + \omega_k^2) + 2\dot{W}_k\,\omega_k\,\psi = 0, \qquad (5)$$

в котором декремент затухания δ - и собственная частота колебаний ω - варьируются в широких пределах.

Программа позволила найти параметры уравнения, удовлетворяющие заданным характеристикам переходного процесса.

Для оценки достоверности полученных результатов уравнение (5) с рассчитанными ЦВМ значениями коэффициентов исследовалось во временной области на АВМ, т.е. были получены графики переходных процессов.

Сравнение результатов двух методов расчета показывает, что предварительная оценка параметров процесса с помощью анализа массивов корней характеристических уравнений по предложенной методике, является эффективным методом, избавляющим исследователя от необходимости многократного решения системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику объекта.

Литература

I. Солодовников В.В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. М., Физматгиз, 1960.

2. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М., "Наука", 1975.