УДК 621.396.6.002

Е.Г. Сменковский

УТОЧНЕНИЕ ПОНЯТИЙ РИСКОВ ЗАКАЗЧИКА И ИЗГОТОВИТЕЛЯ ПРИ ВЫБОРОЧНОМ КОНТРОЛЕ МАССОВОЙ ПРОДУКЦИИ

Как известно, при выборочном методе контроля массовой продукции, в частности, комплектующих элементов радиоэлектронной аппаратуры, возможны неправильные решения, заключающиеся в забраковке годной или приемке негодной продукции. Вероятности принятия таких решений носят названия, соответственно, риска изготовителя α и риска заказчика β. Допустимые уровни параметров α и β обычно относят к некоторым заданным уровням вероятности отказов изделий партии, обозначаемым Q_1 и Q_2. Связь между всеми указанными параметрами устанавливается [1, 2] так называемой оперативной характеристикой контроля, представляющей зависимость вероятности P того, что число d дефектных изделий в выборке n не превысит приемочного числа C, от вероятности отказов изделий партии (рис. 1).

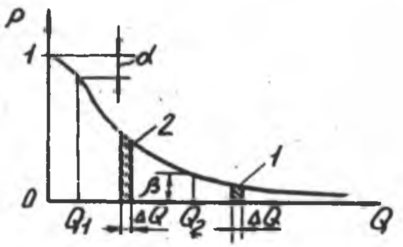


Рис. 1. Оперативная характеристика контроля

Трактовка рисков изготовителя и заказчика по рис. 1 имеет, однако, существенный недостаток, связанный с неясностью задания соотношения уровней надежности Q_1 и Q_2. В крайнем случае $Q_1 = Q_2$ сумма рисков изготовителя и заказчика равна единице (стопроцентный суммарный риск), что представляет абсурдную ситуацию. В других же случаях, когда $Q_1 < Q_2$, в диапазоне значений параметра Q от Q_1 до Q_2 возникает неопределенность ситуации (соответствующая партия изделий условно считается "удовлетворительной").

Между тем, необходимости введения двух задаваемых уровней надежности можно избежать, если учесть, что оба рассматриваемых риска определятся вероятностями двух последовательных событий. Риск заказчика определяется вероятностями попадания партии изделий в область надежности $Q>Q_2$ и н е п р е в ы ш е н и я числом d отказавших изделий в выборке приемочного числа C. В свою очередь, вероятность попадания партии в некоторую узкую область надежности ΔQ, лежащую правее линии $Q_2=const$ (I на рис. I), есть $f(Q)\Delta Q$, где $f(Q)$ – плотность распределения случайной величины Q. Вероятность приемки данной партии, предполагая справедливым закон Пуассона, есть $\sum\limits_{d=0}^{C}(Qn)^d e^{-Qn}/d!$ Отсюда риск заказчика при попадании в указанную область

$$\Delta\beta = f(Q)\Delta Q\sum_{d=0}^{C}\frac{(Qn)^d}{d!}e^{-Qn}.$$

Полный риск заказчика получается интегрированием полученного выражения по Q на интервале от Q_2 до I:

$$\beta = \int_{Q_2}^{1}\Delta\beta\, dQ. \qquad (I)$$

Аналогично, риск изготовителя при попадании партии в некоторую узкую область надежности ΔQ, лежащую левее линии $Q_2=const$ (2 на рис. I), есть

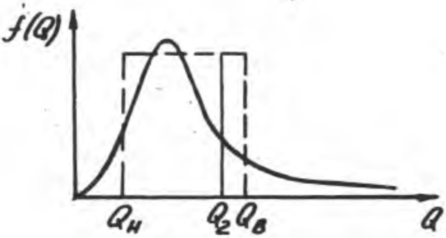
$$\Delta\alpha = f(Q)\Delta Q\left[1-\sum_{d=0}^{C}\frac{(Qn)^d}{d!}e^{-Qn}\right],$$

где сомножитель, стоящий в квадратных скобках, представляет вероятность п р е в ы ш е н и я числом d отказавших изделий в выборке приемочного числа C.

Полный риск изготовителя получается интегрированием последнего выражения по Q в пределах от 0 до Q_2:

$$\alpha = \int_{0}^{Q_2}\Delta\alpha\, dQ \qquad (2)$$

Функция $f(Q)$ в общем случае имеет вид (на рис. 2 – сплошная линия) и характеризуется следующими особенностями: I) имеет область существования в пределах $0 \leq Q \leq$ I; 2) ее максимум лежит левее Q_2 (иначе браковалось бы слишком много продукции).



Р и с. 2. График плотности распределения вероятности отказов

В частном случае функция $f(Q)$ может быть аппроксимирована прямоугольником (штриховая линия на рис. 2). При этом

$$f(Q) = 1/Q_в - Q_н \quad \text{при} \quad Q_н \leq Q \leq Q_в \ ;$$

$$f(Q) = 0 \quad \text{при} \quad Q < Q_н \ \text{и} \ Q > Q_в \, .$$

Заметим, что значение Q_2 обязательно должно находиться внутри прямоугольника, т.е. $Q_н < Q_2 < Q_в$. При этом формулы (I) (2) принимают вид

$$\beta = \frac{1}{Q_в - Q_н} \int\limits_{Q_2}^{Q_в} \sum_{d=0}^{c} \frac{(Qn)^d}{d!} e^{-Qn} dQ \ ;$$

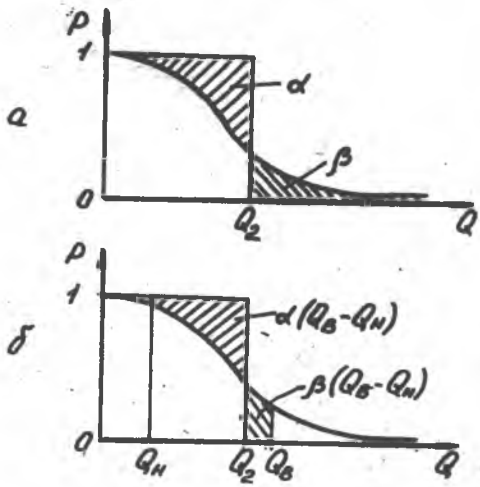
$$\alpha = \frac{1}{Q_в - Q_н} \left[Q_2 - Q_н - \int\limits_{Q_н}^{Q_2} \sum_{d=0}^{c} \frac{(Qn)^d}{d!} e^{-Qn} dQ \right]. \tag{3}$$

В еще более частном случае можно принять $Q_н = 0$, $Q_в = I$. Тогда

$$\beta = \int\limits_{Q_2}^{1} \sum_{d=0}^{c} \frac{(Qn)^d}{d!} e^{-Qn} dQ \ ;$$

$$\alpha = Q_2 - \int\limits_{0}^{Q_2} \sum_{d=0}^{c} \frac{(Qn)^d}{d!} e^{-Qn} dQ \, . \tag{4}$$

Последние выражения удобны для геометрической интерпретации уточненных рисков. Нетрудно заметить, что им соответствуют заштрихованные площади (рис. 3,а) оперативной характеристики контроля. Аналогичный смысл имеют и риски по выражениям (3), однако для получения их численных значений величины соответствующих заштрихованных площадей (рис. 3,б) должны быть умножены на масштабный коэффициент $1/Q_в - Q_н$.



Р и с. 3. Геометрическое представление уточненных рисков

Поскольку слагаемые со знаком интеграла всегда положительны и отличаются от нуля, нетрудно также заметить, что всегда выполняются соотношения:

$$\alpha < Q_2 \quad ; \quad \alpha + \beta < 1 .$$

По выражениям (3), задаваясь значениями параметров α, β, $Q_н$, $Q_в$ при известном значении параметра Q_2 можно однозначно определить параметры выборки n и C.

Особо следует остановиться на задании величин $Q_в$ и $Q_н$ при настройке технологического процесса. Очевидно, если их значения расположить симметрично Q_2, в среднем будет браковаться половина продукции, что, конечно, недопустимо. Поэтому следует рекомендовать выбирать значения $Q_в$ несколько больше, а значения $Q_н$ – существенно меньше Q_2, например, $Q_в = 1{,}1\,Q_2$, $Q_н = 0{,}5\,Q_2$.

При этом следует учитывать, что с уменьшением разности $Q_в - Q_н$ требования к жесткости технологического процесса повышаются.

Поскольку

$$\int \frac{(Qn)^d}{d!} e^{-Qn} dQ = -\frac{n^{d-1}}{d!} e^{-Qn}\left[Q^d + \sum_{j=1}^{d} \frac{d!}{n^j (d-j)!} Q^{d-j}\right],$$

выражения (3) могут быть представлены также в виде

$$\beta = \frac{1}{Q_в - Q_н} \sum_{d=0}^{c} \frac{n^{d-1}}{d!}\left\{e^{-Q_2 n}\left[Q_2^d + \sum_{j=1}^{d} \frac{d!}{n^j (d-j)!} Q_2^{d-j}\right] - e^{-Q_в n}\left[Q_в^d + \sum_{j=1}^{d} \frac{d!}{n^j (d-j)!} Q_в^{d-j}\right]\right\};$$

$$\alpha = \frac{1}{Q_в - Q_н}\left[Q_2 - Q_н - \sum_{d=0}^{c} \frac{n^{d-1}}{d!}\left\{e^{-Q_н n}\left[Q_н^d + \sum_{j=1}^{d} \frac{d!}{n^j (d-j)!} Q_н^{d-j}\right] - e^{-Q_2 n}\left[Q_2^d + \sum_{j=1}^{d} \frac{d!}{n^j (d-j)!} Q_2^{d-j}\right]\right\}\right]. \qquad (5)$$

Для представляющего практический интерес случая, когда риски заказчика и изготовителя уравниваются ($\beta = \alpha$), по выражениям (5) может быть получена формула, связывающая параметры выборки с заданной надежностью Q_2. Она имеет вид

$$\sum_{d=0}^{c} \frac{n^{d-1}}{d!}\left\{e^{-Q_н n}\left[Q_н^d + \sum_{j=1}^{d} \frac{d!}{n^j (d-j)!} Q_н^{d-j}\right] - e^{-Q_в n}\left[Q_в^d + \sum_{j=1}^{d} \frac{d!}{n^j (d-j)!} Q_в^{d-j}\right]\right\} = Q_2 - Q_н. \qquad (6)$$

В простейшем варианте $c = 0$ она значительно упрощается

$$n \approx 2\,\frac{Q_в - Q_2}{Q_в^2 - Q_н^2}. \qquad (7)$$

Подстановка значения параметра n по формуле (7) в выражения (5) дает результат

$$\alpha = \beta \approx \frac{Q_в - Q_2}{Q_в - Q_н} \cdot \frac{Q_2^2 - Q_н^2}{Q_в^2 - Q_н^2}. \qquad (8)$$

Формула (8) определяет максимальные величины рисков изготовителя и заказчика (можно показать, что с увеличением приемочного числа эти риски уменьшаются).

Заметим, что при использовании в качестве исходных выражений (4) вместо формул (7) и (8) получаются формулы

$$n \approx {}^{1}/Q_2 \; ; \tag{9}$$

$$\alpha = \beta \approx {}^{Q_2}/e \; . \tag{10}$$

Очевидно, что формулы (7-10) целесообразно использовать для прикидочных оценок размеров выборок и величин рисков изготовителя и заказчика. При приемлемых значениях параметров Q_2, Q_B, Q_H риски изготовителя и заказчика оказываются достаточно малыми (порядка 0,1 и менее).

Итак, риски изготовителя и заказчика при выборочном контроле массовой продукции следует выражать через произведения вероятностей двух событий, из которых одно определяется фактическим соответствием (или несоответствием) партии изделий некоторому заданному уровню надежности, а второе - результатами контроля выборки. При таком подходе определение основных параметров выборки (объема n и приемочного числа C) требует задания лишь одного уровня надежности (Q_2).

Литература

1. Балашов Е.П., Долженков В.А. Статистический контроль и регулирование качества массовой продукции. - М.: Машиностроение, 1984. - 231 с.

2. Глудкин О.П., Черняев В.Н. Технология испытания микроэлементов радиоэлектронной аппаратуры и интегральных микросхем.- М.: Энергия, 1980. - 360 с.