

Графкин Владимир Викторович

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ И ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС  
АНАЛИЗА СТРУКТУРНО-СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ СО  
СТАЦИОНАРНЫМИ ПРИРАЩЕНИЯМИ

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Самара – 2009

Работа выполнена в Самарском государственном аэрокосмическом университете имени академика С.П. Королева на кафедре информационных систем и технологий

Научный руководитель                      заслуженный работник высшей школы РФ,  
доктор технических наук,  
профессор Прохоров Сергей Антонович

Официальные оппоненты:                      доктор технических наук,  
доктор экономических наук,  
профессор Семенычев Валерий Константинович

доктор технических наук,  
профессор Чураков Петр Павлович

Ведущая организация                      ГНП РКЦ "ЦСКБ-Прогресс", г. Самара

Защита состоится "25" декабря 2009 г. в 10 часов на заседании диссертационного совета Д 212.215.05, созданном при Самарском государственном аэрокосмическом университете имени академика С.П. Королева, по адресу: 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Самарского государственного аэрокосмического университета

Автореферат разослан "24" ноября 2009 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
д.т.н., профессор

А.А. Калентьев

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Актуальность темы**

Электронные вычислительные машины позволяют обрабатывать данные только в тех случаях, когда четко сформулированы алгоритмы, однозначно определяющие последовательность необходимых вычислений. При этом нередко возникает необходимость представления в аналитическом виде эмпирических зависимостей, описывающих поведение сложной системы.

Первым шагом в анализе является получение исходной выборки. На основе этих данных строятся модели. В этот период необходимо активное участие экспертов для выдвижения гипотез и отбора факторов, влияющих на анализируемый процесс. То есть анализ, в данном случае, представляет собой процесс обнаружения в исходных данных ранее неизвестных, нетривиальных, практически полезных и доступных интерпретации знаний, необходимых для принятия решений в различных сферах человеческой деятельности. Это может быть отнесение результата к одному из ранее известных, установление зависимости непрерывных выходных переменных от входных и многое другое.

Реальные данные для анализа редко бывают хорошего качества. Необходимость предварительной обработки при анализе данных возникает независимо от того, какие технологии и алгоритмы используются. Более того, эта задача может представлять самостоятельную ценность в областях, не имеющих непосредственного отношения к анализу данных. К задачам очистки данных относятся заполнение пропусков, редактирование аномалий, сглаживание, обнаружение дубликатов и противоречий и т.д. Но не стоит забывать, что все это приводит к возникновению дополнительной погрешности. Например, сведение нестационарных процессов (НСП) к стационарным (СП) предполагает возникновение дополнительной погрешности метода, позволяющего выполнить данное преобразование. Таким образом, большой интерес предоставляет возможность исследования процесса, не подвергающегося подобным преобразованиям. Но охватить весь класс НСП не представляется возможным, вследствие чего разрабатываются методы для их популярных подклассов, одним из которых является класс случайных процессов со стационарными приращениями (СПСП), основной характеристикой которых является структурная функция (СФ).

Теория случайных процессов со стационарными приращениями была разработана Колмогоровым А.Н., Ягломом А.М., Пинскером М.С., фундаментальные вопросы практического использования были развиты Татарским В.И., Рытовым С.М., а вопросы прикладного анализа освещены в работе Романенко А.Ф., Сергеева Г.А.. Вопросы разработки аппроксимативных методов и алгоритмов, а также построения и анализа измерительных устройств в разное время исследовали Прохоров С.А., Батищев В.И., Лизунов В.В. и другие ученые. Были разработаны различные подходы к определению структурных функций, а также их нормированных значений и алгоритмы реализации аппроксимативных процедур этих функций в различных ортогональных базисах.

В данной работе рассмотрены методы аппроксимации структурных функций случайных процессов с помощью ортогональных функций Лагерра, Лежандра и Дирихле. Данные функции, по сравнению с другими ортогональными функциями, проще вы-

числяются на компьютере. Тем более что для них известны рекуррентные соотношения, с помощью которых вычисления функций порядков выше первого производятся значительно быстрее, чем по формулам общего вида. Эти функции применяются в теоретических исследованиях математиков, математической физике и вычислительной математике.

В настоящий момент в большинстве современных математических систем обработки статистической информации имеются как стандартные функции численной обработки данных, так и средства получения аналитических выражений для функциональных характеристик. Необходимо учитывать, что статистическая обработка данных обычно производится специалистом предметной области, мало знакомым с нюансами анализа случайных процессов, и не должна требовать программирования качественно новых алгоритмов.

Однако при решении различных практических задач эти программы чаще всего используются исследователем «вслепую», так как в их описаниях содержится только минимальное количество информации о реализованных в данных программах математических методах. Затруднения также возникают при более глубоком разборе сущности соответствующих математических методов, которые описаны в различных, часто малодоступных исследователю, изданиях.

Существующие современные автоматизированные системы математических расчетов позволяют на базе известных алгоритмов решить лишь часть задач определения структурных функций временных рядов. В связи с этим, актуальной представляется задача разработки алгоритмов аппроксимации структурно-спектральных характеристик ортогональными функциями и построения комплекса программ, реализующего эти алгоритмы. Различные подзадачи анализа случайных процессов могут быть решены с помощью универсальных и специализированных систем (Mathcad, Matlab, LabView и других), однако, в полном объеме задачи решить нельзя: необходимо либо дописывать подпрограммы для известной математической системы, либо реализовывать свою автоматизированную систему с помощью языка высокого уровня.

**Целью работы** является разработка алгоритмов и комплекса программ для аппроксимативного структурно-спектрального анализа временных рядов в ортогональных базисах Лагерра, Лежандра, Дирихле.

В соответствии с поставленной целью в диссертационной работе решаются следующие **задачи исследования**:

- сравнительный анализ методов и алгоритмов аппроксимации структурных функций;
- разработка алгоритмов построения ортогональных моделей структурных функций ортогональными функциями Лагерра, Лежандра и Дирихле;
- анализ погрешности аппроксимации структурных функций;
- разработка алгоритмов определения спектральной плотности мощности по параметрам ортогональной модели структурной функции;
- создание автоматизированной системы, реализующей разработанные алгоритмы;

- исследование и сравнительный анализ результатов аппроксимации структурных функций различными ортогональными функциями с использованием имитационного моделирования;
- обработка результатов эксперимента с целью практического внедрения автоматизированной системы.

**Методы исследования**, используемые в диссертации, основаны на положениях теории вероятности и математической статистики, теории случайных процессов, теории аппроксимации, методах имитационного моделирования, численных методах.

**Научная новизна** работы заключается в следующих положениях:

- предложена методика определения параметров ортогональной модели структурной функции;
- предложены и исследованы аналитические выражения спектральных плотностей мощности, определенных по параметрам ортогональных моделей структурных функций;
- предложены аналитические выражения структурных функций, определенных по параметрам ортогональных моделей спектральных плотностей мощности.

**Практическая ценность** работы заключается в разработке алгоритмического и программного обеспечения автоматизированной системы аппроксимативного структурно-спектрального анализа, позволяющего решать следующие задачи:

- оценка и аппроксимация структурных функций временных рядов;
- определение спектральной плотности мощности по параметрам ортогональной модели структурной функции;
- исследование погрешностей аппроксимации на основе метода имитационного моделирования;
- ведение базы данных результатов экспериментов и построение с помощью специально разработанных инструментов различных зависимостей интересующих характеристик (с возможностью оформления результатов в виде документов Microsoft Word и электронных таблиц Microsoft Excel, что облегчает оформление отчетов).

Разработанные алгоритмы и комплекс программ используются при исследовании акустического давления, вызываемого различными механизмами генерации акустического шума, что необходимо для проектирования выхлопных устройств и глушителей шума.

**Положения, выносимые на защиту:**

- Методика определения параметров ортогональной модели структурной функции;
- Аналитические выражения спектральных плотностей мощности, определенных по параметрам ортогональных моделей структурных функций;
- Аналитические выражения структурных функций, определенных по параметрам ортогональных моделей спектральных плотностей мощности;
- Комплекс программ аппроксимативного структурно-спектрального анализа временных рядов.

**Внедрение результатов работы.** Результаты работы внедрены в учебном процессе кафедры «Информационные системы и технологии» СГАУ, а также в «Институте Акустики Машин» при СГАУ.

## **Апробация работы**

Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на областных научно-технических конференциях (Самара, 2005, 2006); международной научно-технической конференции "Информационные, измерительные и управляющие системы (ИИУС – 2005)" (Самара, 2005); всероссийской научно-технической конференции "Повышение эффективности средств обработки информации на базе математического моделирования" (Тамбов, 2006); всероссийской научной конференции "Математическое моделирование и краевые задачи: МЗЗ" (Самара, 2006); международной научно-технической конференции "Радиотехника и связь" (Саратов, 2006); научно-технической конференции с международным участием "Перспективные информационные технологии в научных исследованиях, проектировании и обучении (ПИТ-2006)" (Самара, 2006); всероссийской межвузовской научно-практической конференции "Компьютерные технологии в науке, практике и образовании" (Самара, 2006); международном конгрессе студентов, аспирантов и молодых ученых "Перспектива 2007" (Нальчик, 2007); межрегиональной конференции "Информационные технологии в высшем профессиональном образовании" (Самара-Гольяты, 2007); международной конференции "Interactive Systems and Technologies: The Problems of Human-Computer Interaction" (Ульяновск, 2007); международной открытой научной конференции "Современные проблемы информатизации в проектировании и информационных системах" (Воронеж, 2008); международной научно-технической конференции "Проблемы автоматизации и управления в технических системах" (Пенза, 2008); международной молодежной научной конференции «XXXIV Гагаринские чтения» (Москва, 2008).

Данная работа позволила автору диссертации стать победителем конкурса "Молодой ученый" по Самарской области среди аспирантов в номинации «Технические науки» в 2008 году.

## **Публикации**

По результатам исследований опубликовано 21 печатная работа, в том числе 1 монография (в соавторстве) и 3 статьи в журналах, рекомендованных ВАК, а также получено свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ.

## **Объем и структура работы**

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Основное содержание работы изложено на 107 страницах, включая 71 рисунок и 38 таблиц. Список использованных источников включает 77 наименований. Два приложения размещены на 7 страницах.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** показана актуальность темы диссертации, определена цель работы, изложена научная новизна и практическая значимость полученных результатов, сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** приведен анализ существующих методов и средств исследования структурно-спектральных характеристик временных рядов.

Случайные процессы со стационарными приращениями (СПСП) относятся к классу случайных процессов (СП), нестационарных по математическому ожиданию. Ос-

новой характеристикой случайного процесса со стационарными приращениями является структурная функция (СФ)

$$S_x(\tau) = M \left[ [X(t+\tau) - X(t)]^2 \right]. \quad (1)$$

Дискретная трактовка выражения (1)

$$S_x(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{i=0}^{N-k-1} [x(i+k) - x(i)]^2, \quad (2)$$

Помимо структурной функции СПСП, на практике нередко возникает необходимость в ее спектральном разложении, которое можно записать в следующей форме:

$$S_x(\tau) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} (1 - \cos \omega \tau) g_x(\omega) d\omega. \quad (3)$$

Одно из выражений, позволяющее вычислять спектральную плотность мощности (СПМ) по известной СФ, имеет вид

$$g_x(\omega) = \frac{1}{2\pi\omega} \int_0^{\infty} \sin \omega \tau \frac{\partial S_x(\tau)}{\partial \tau} d\tau, \quad (4)$$

при выполнении условий:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{\partial S_x(\tau)}{\partial \tau} = 0, \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} \tau^2 \frac{\partial S_x(\tau)}{\partial \tau} = 0. \quad (5)$$

Существует множество методов аппроксимации структурных функций. Одним из них является параметрическая аппроксимация. Данный метод предполагает наличие априорной информации об исследуемом процессе и подразумевает выбор моделей СФ из заранее определенного набора и дальнейший подбор параметров выбранной модели. При использовании такого подхода в случаях, когда решение задачи не ограничивается поиском аппроксимации СФ, а подразумевает дальнейшие исследования, например, вычисление спектральной плотности мощности, может возникнуть ситуация, при которой не будут соблюдаться условия (5). К такому примеру можно отнести модель вида  $S_x(\tau) = 1 - \cos(0,1\tau) + 0,01\tau$ .

В качестве модели структурной функции можно использовать разложение ее в ряд по некоторой системе ортогональных функций:

$$S_a(\tau) = \sum_{k=0}^m \beta_k \psi_k(\tau, \alpha), \quad (6)$$

где  $m$  – число членов разложения ряда;  $\beta_k$  – коэффициенты разложения;  $\psi_k(\tau, \alpha)$  – семейство ортогональных функций ( $\alpha$  – параметр масштаба ортогональных функций).

Семейство ортогональных функций характеризуется интегралом

$$\int_0^{\infty} \mu(\tau) \psi_m(\tau) \psi_n(\tau) d\tau = \begin{cases} 0, & \text{при } m \neq n; \\ \|\psi_n\|^2, & \text{при } m = n, \end{cases} \quad (7)$$

где  $\|\psi_n\|^2$  – норма ортогональной функции  $\psi_n(\tau)$ ,  $\mu(\tau)$  – весовая функция (ортогональные функции, используемые в работе, характеризуются  $\mu(\tau) = 1$ ).

Коэффициенты разложения, обеспечивающие минимум квадратической погрешности аппроксимации

$$\Delta = \int_0^{\infty} \left( S_x(\tau) - \sum_{k=0}^m \beta_k \psi_k(\tau, \alpha) \right)^2 d\tau = \min, \quad (8)$$

определяются выражением:

$$\beta_k = \frac{1}{\|\psi_k\|_2^2} \int_0^\infty S_x(\tau) \psi_k(\tau, \alpha) d\tau. \quad (9)$$

При этом на практике часто используется относительная погрешность аппроксимации, определяемая следующим выражением:

$$\delta = \frac{\Delta}{\int_0^\infty S_x(\tau) d\tau}. \quad (10)$$

Необходимо отметить, что ортогональные полиномы, определенные на конечных интервалах, не применяются в рассматриваемой задаче, так как аппроксимируемые авто-структурные функции определены на полубесконечном интервале. Вследствие ограничения полубесконечного интервала  $[0, \infty)$  некоторым конечным интервалом  $[0, \tau_{\max}]$  в задачах определения СПМ (4) будут возникать искусственные дополнительные погрешности вычисления СПМ, определяемые как  $\frac{1}{2\pi\omega} \int_{\tau_{\max}}^\infty \sin \omega\tau \frac{\partial S_x(\tau)}{\partial \tau} d\tau$ .

**Во второй главе** рассмотрены методы построения ортогональных моделей структурно-спектральных характеристик временных рядов.

В ходе исследований существующих методов аппроксимации СФ установлено, что раскладывать в ортогональный ряд целесообразнее центрированную структурную функцию (ЦСФ):

$$\overset{\circ}{S}_x(\tau) = S_x(\tau) - m_s, \quad (11)$$

где  $m_s$  — величина, относительно которой производится центрирование структурной функции.

При этом, в большинстве случаев, рекомендуется вместо коэффициентов  $\beta_{k,n}$  и  $\beta_{k,l}$  использовать коэффициенты  $b_{k,n}$  и  $b_{k,l}$ , обеспечивающие совпадение модели и самой структурной функции в начальной точке.

Вследствие простоты вычисления, наличия аналитического представления и возможности совершения операции дифференцирования и интегрирования в данной работе были выбраны ортогональные функции Лагерра, Лежандра и Дирихле.

В случае стационарных процессов справедливо следующее выражение, связывающее структурную и корреляционную функцию (КФ) процесса:

$$K_x(\tau) = -\frac{1}{2} [S_x(\tau) - S_x(\infty)]. \quad (12)$$

Необходимо отметить, что правая часть выражения (12) содержит уменьшенную в два раза и центрированную относительно значения в бесконечности структурную функцию. Подставляя выражение (12) в формулу Винера-Хинчина, можно определить спектральную плотность мощности следующим образом:

$$g_x(\omega) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \overset{\circ}{S}_x(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau, \quad (13)$$

где  $\overset{\circ}{S}_x(\tau) = S_x(\tau) - S_x(\infty)$ .



Представляя модель ЦСФ в виде

$$\overset{\circ}{S}_a(\tau) = \sum_{k=0}^m \beta_k \psi_k(\tau, \alpha), \quad (14)$$

выражение (13) примет вид

$$g_x(\omega) = -\frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^m \beta_k \int_0^{\infty} \psi_k(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau = -\frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^m \beta_k \operatorname{Re} W_k(j\omega), \quad (15)$$

где  $\operatorname{Re} W_k(j\omega)$  – вещественная часть частотной характеристики ортогональных функций.

Но выражение (15) позволяет определять СПМ только в случае стационарности СП, хотя структурная функция чаще является характеристикой СПСП, которые классифицируются, как вид нестационарных СП. Это обстоятельство предполагает несколько иное определение СПМ:

$$g_x(\omega) = \frac{1}{2\pi\omega} \int_0^{\infty} \sin(\omega\tau) \overset{\circ}{S}'_x(\tau) d\tau, \quad (16)$$

где  $\overset{\circ}{S}'_x(\tau) = \frac{\partial \overset{\circ}{S}_x(\tau)}{\partial \tau}$ .

После математических преобразований выражение (16) примет вид

$$g_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^m \beta_k \sum_{s=0}^k A_{k,s}(\alpha) \cdot B_s(\alpha, \omega), \quad (17)$$

где  $A_{k,s}(\alpha)$  и  $B_s(\alpha, \omega)$  для различных базисов представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Коэффициенты в случае СПСП

Базис	Коэффициенты
Лагерра	$A_{k,s}(\alpha) = (-1)^s \frac{k!}{(k-s)!(s!)^2} \alpha^s;$ $B_s(\alpha, \omega) = \frac{s! \cos^s(\varphi)}{\omega \left(\frac{\alpha}{2}\right)^s} [\sin(s \cdot \varphi) - \sin((s+1)\varphi) \cdot \cos(\varphi)],$ <p style="text-align: center;">где <math>\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{2\omega}{\alpha}\right)</math></p>
Лежандра	$A_{k,s}(\alpha) = (-1)^{s+1} \frac{(k+s)!}{(k-s)!(s!)^2} (2s+1)\alpha;$ $B_s(\alpha, \omega) = \frac{1}{(2s+1)^2 \alpha^2 + \omega^2}$
Дирихле	$A_{k,s}(\alpha) = (-1)^{k-s+1} \frac{(k+s+1)!}{(k-s)!(s+1)!s!} (s+1)\alpha;$ $B_s(\alpha, \omega) = \frac{1}{(s+1)^2 \alpha^2 + \omega^2}$

Определение СПМ с помощью выражения (17) влечет за собой определенные ограничения на его использование: в состав этого выражения входят коэффициенты  $A_{k,s}(\alpha)$ , которые представляют собой алгебраические действия с факториалами чисел, пропорциональных числу членов разложения ряда (14). Таким образом, при относительно небольшом  $m$  (для функций Лагерра это число равно 20-22 члена) во время вычисления  $A_{k,s}(\alpha)$  происходит переполнение мантиссы числа, что приводит к некорректным результатам вычисления СПМ (рисунок 1).

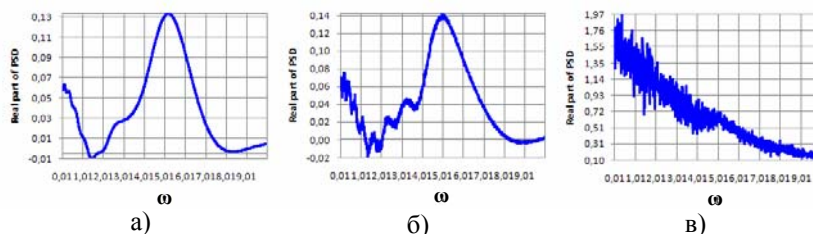


Рисунок 1 – СПМ при использовании выражения, содержащего факториалы (базис Лагерра):  
 а)  $\delta=0,079$ ;  $m=19$ ; б)  $\delta=0,067$ ;  $m=22$ ; в)  $\delta=0,061$ ;  $m=24$ .

К определению СПМ можно также применить иной подход. Применяя формулу Эйлера и учитывая, что

$$\frac{\partial \text{Lag}_k(\tau, \alpha)}{\partial \tau} = \sum_{s=0}^k C_k^s (-\alpha)^s \frac{1}{s!} \left[ s \tau^{s-1} e^{-\frac{\alpha \tau}{2}} - \frac{\alpha}{2} \tau^s e^{-\frac{\alpha \tau}{2}} \right], \quad (18)$$

выражение (16) легко представить в виде

$$g_x(\omega) = -\frac{1}{4j\omega\pi} \sum_{k=0}^m \beta_k \sum_{s=0}^k C_k^s (-\alpha)^s \left( \left[ \frac{1}{\left(\frac{\alpha}{2} + j\omega\right)^s} - \frac{\frac{\alpha}{2}}{\left(\frac{\alpha}{2} + j\omega\right)^{s+1}} \right] - \left[ \frac{1}{\left(\frac{\alpha}{2} - j\omega\right)^s} - \frac{\frac{\alpha}{2}}{\left(\frac{\alpha}{2} - j\omega\right)^{s+1}} \right] \right). \quad (19)$$

Выполнив простейшие алгебраические преобразования и используя формулу бинома Ньютона, конечное выражение будет иметь вид (рисунок 2):

$$g_x(\omega) = \frac{\cos \varphi}{\pi \alpha} \sum_{k=0}^m (-1)^{k+1} \beta_k \cos[(2k+1)\varphi], \quad (20)$$

где  $\varphi = \text{arctg}\left(\frac{2\omega}{\alpha}\right)$ .

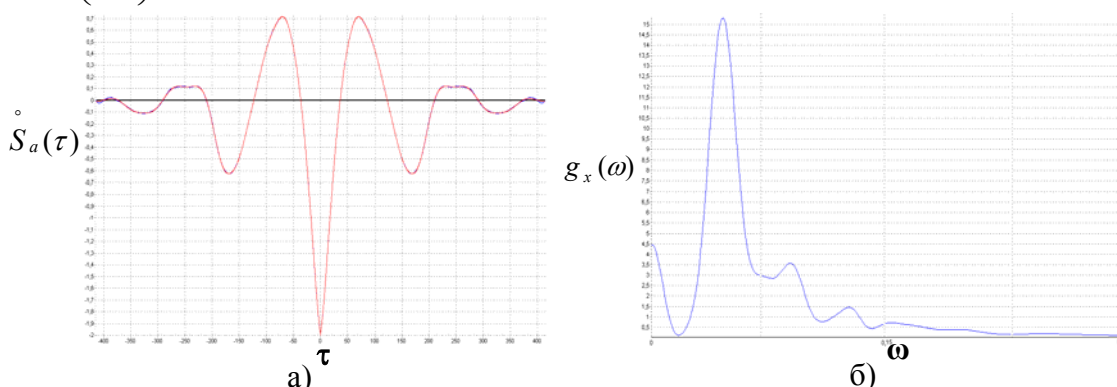


Рисунок 2 – Пример определения СПМ без ограничения на число членов разложения ряда (базис Лагерра):  
 а) ЦСФ и ее модель.  $\delta=0,0003$ ;  $m=170$ ;  
 б) СПМ, полученная по модели СФ

Аналогично описанному случаю возможна аппроксимация спектральной плотности мощности и построение по результатам аппроксимации структурной функции.

**В третьей главе** исследованы разработанные алгоритмы аппроксимации взаимных структурно-спектральных характеристик временных рядов.

Оптимальные параметры аппроксимирующего выражения выбираются по критерию минимума квадратической погрешности аппроксимации отдельно для каждой ветви.

Для выбранного параметра  $\alpha$  существует такое число членов разложения, при котором квадратическая погрешность аппроксимации минимальна. Уменьшение параметра  $\alpha$  позволяет улучшить результаты аппроксимации, однако, это приводит к существенному увеличению числа членов разложения. При этом существует оптимальное число членов разложения ряда для каждого значения параметра.

Необходимо отметить, что на практике существует погрешность вычисления коэффициентов разложения, обусловленная конечным интервалом наблюдения СФ, конечным верхним пределом интегрирования в выражении (9), а также применение в данном выражении методов численного интегрирования. Погрешность определения коэффициентов разложения представляется в виде

$$\Delta_{\beta_k} = \hat{\beta}_k - \beta_k. \quad (21)$$

При этом для моделей СФ можно вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной составляющей  $\Delta_R$  погрешности аппроксимации  $\Delta = \Delta_{\min} + \Delta_R$ , обусловленную применением оценок коэффициентов разложения:

$$M[\Delta_R] = \sum_{k=0}^m \|\psi_k\|^2 M[\Delta_{\beta_k}^2], \quad (22)$$

где  $M[\Delta_{\beta_k}^2]$  – второй начальный момент погрешности;

$$D_{\Delta_R} = \sum_{k=0}^m \sum_{n=0}^m \|\psi_k\|^2 \|\psi_n\|^2 M \begin{bmatrix} \Delta_{\beta_k}^2 & \Delta_{\beta_k} \Delta_{\beta_n} \\ \Delta_{\beta_k} \Delta_{\beta_n} & \Delta_{\beta_n}^2 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Допуская, что закон распределения  $\Delta_{\beta_k}$  – нормальный, а также, что  $\Delta_{\beta_k}$  и  $\Delta_{\beta_n}$  некоррелированные, выражение (23) примет вид

$$D_{\Delta_R} = 3 \sum_{k=0}^m \|\psi_k\|^4 \sigma_{\Delta_{\beta_k}}^4. \quad (24)$$

Также были вычислены средние значения оценок коэффициентов разложения  $M[\hat{\beta}_k]$  для различных базисов и моделей ЦСФ, и отклонения  $\beta_k - M[\hat{\beta}_k]$ . Часть результатов представлена на рисунках 3 и 4.

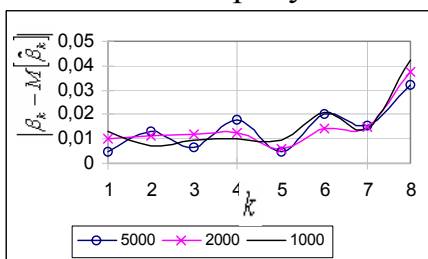


Рисунок 3 – Отклонение оценок (Лагерра,  $\hat{S}_x(\tau) = 2[1 - e^{-\lambda|\tau|}] - m_s$ )

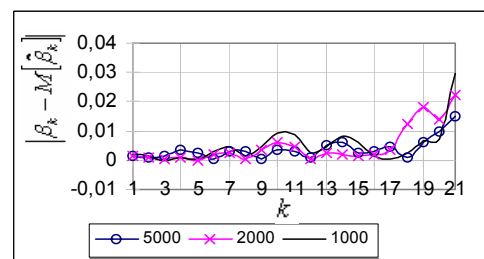


Рисунок 4 – Отклонение оценок (Лежандра,  $\hat{S}_x(\tau) = 2[1 - e^{-\lambda|\tau|} \cos(\omega\tau)] - m_s$ )

**В четвертой главе** описан комплекс программных средств для аппроксимативного анализа структурно-спектральных характеристик.

Представляемый в данной работе программный комплекс (рисунок 5) состоит из семи подсистем и позволяет решать следующие основные задачи:

- генерация случайного процесса со стационарными приращениями;
- загрузка случайного процесса из файла определенного формата;
- предобработка случайного процесса;
- вычисление и определение модели структурной функции СП (рисунок 6);
- вычисление и определение модели корреляционной функции СП;
- вычисление и определение модели спектральной плотности процесса;
- составление и реализация алгоритмов экспериментов;
- ведение базы данных результатов экспериментов и построение графических зависимостей различных характеристик, используемых в системе.

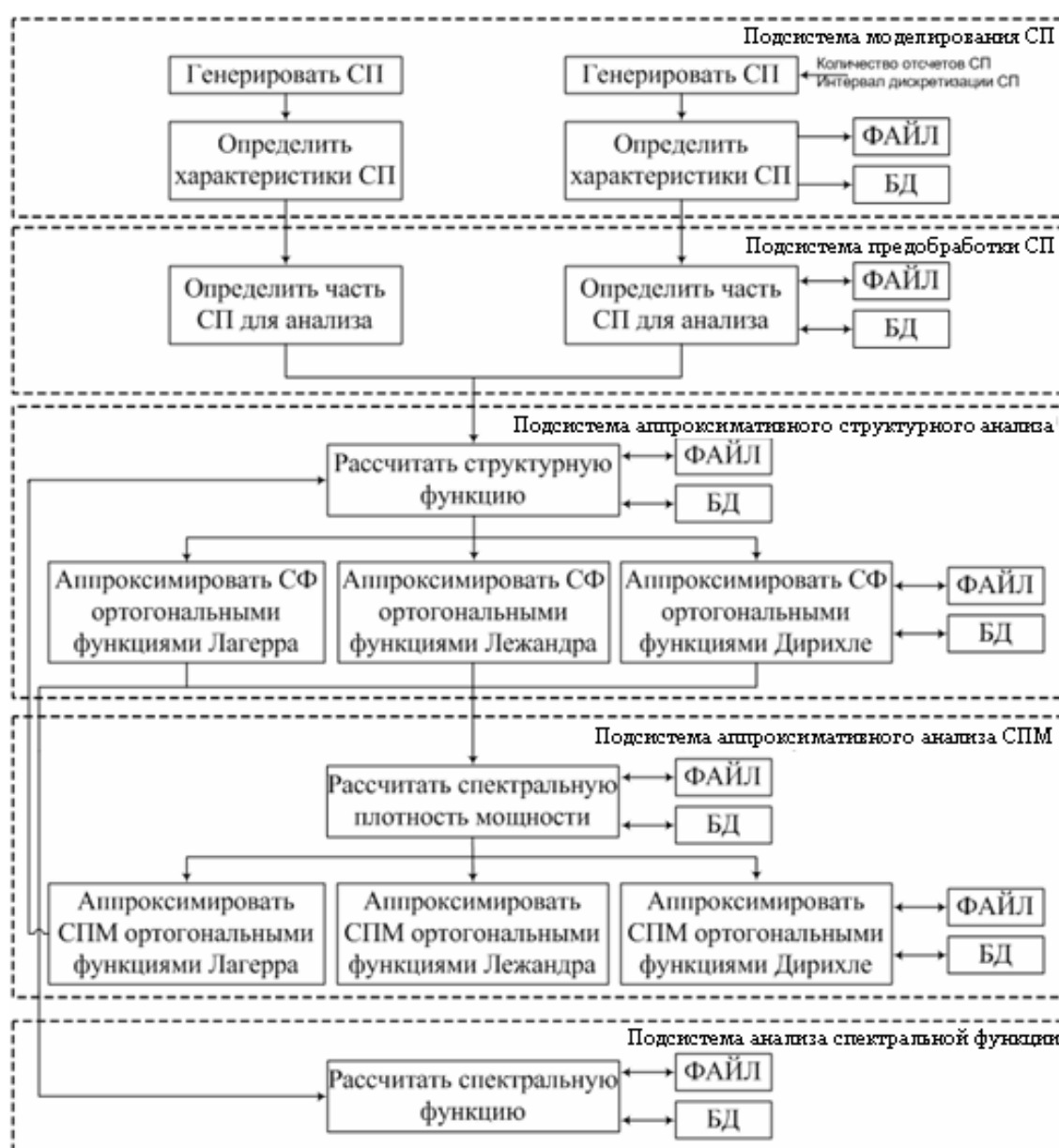


Рисунок 5 – Структурная схема программного комплекса

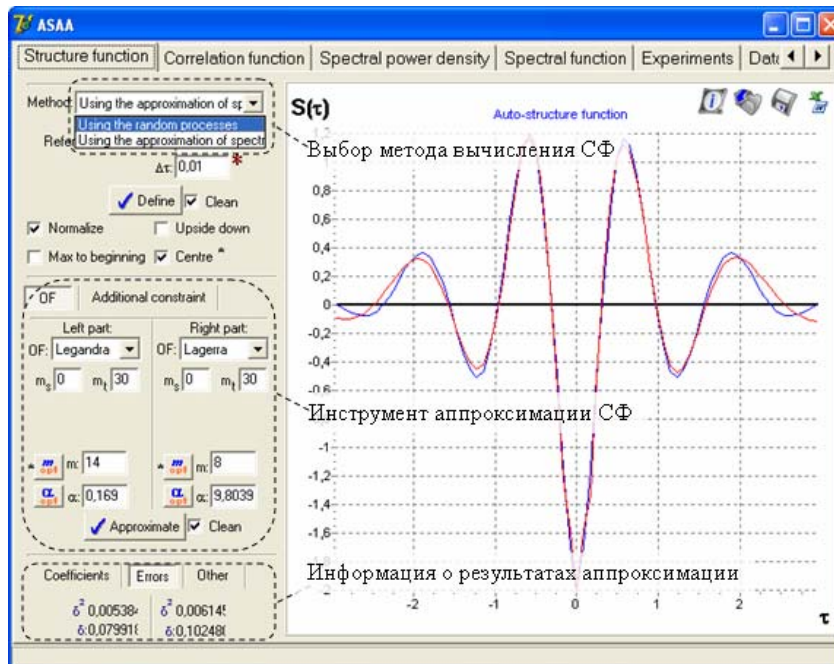


Рисунок 6 – Подсистема аппроксимативного структурного анализа

**В пятой главе** содержатся результаты экспериментальных исследований.

Методика и алгоритмы аппроксимации структурных функций и спектральных плотностей мощности ортогональными функциями, а также разработанный на их основе комплекс программ могут быть использованы для решения исследовательских и технических задач, одной из которых является исследование акустического давления, вызываемого различными механизмами генерации акустического шума, что необходимо для проектирования выхлопных устройств и глушителей шума. Применение описанной в данной работе методики позволило существенно сократить время обработки результатов по сравнению с ранее применяемыми численными методами. Пример аппроксимации структурной функции, построенной по одной из реализаций, анализируемых в данной задаче, приведен на рисунке 7.

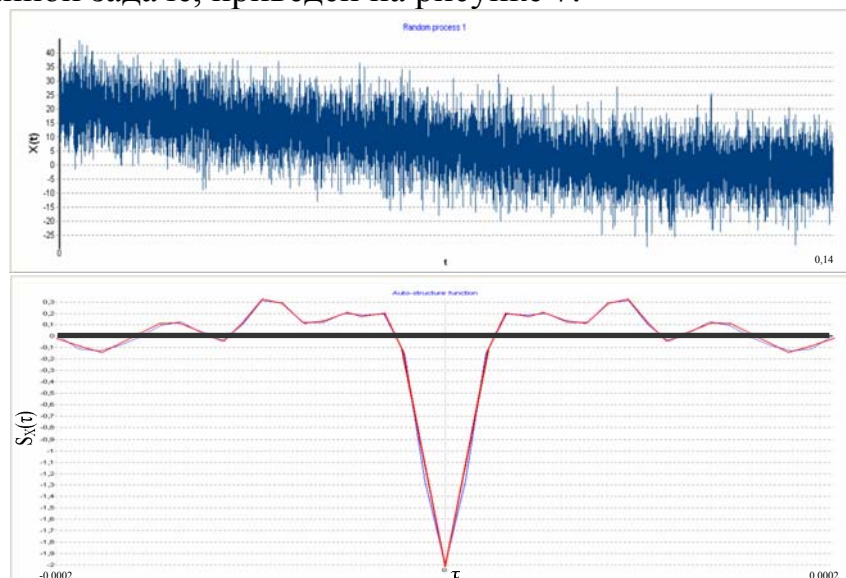


Рисунок 7 – Результаты эксперимента (вариант сигнала, полученного с микрофона, и его ЦСФ, а также ее аппроксимация)

**В заключении** сформулированы основные выводы, перечислены полученные в работе результаты.

## ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Разработаны алгоритмы аппроксимации структурных функций, в основе которых лежит построение ортогональных моделей центрированных структурных функций. В качестве базисов использованы ортогональные функции Лагерра, Лежандра и Дирихле.

2. Разработаны алгоритмы определения спектральных плотностей мощности по параметрам ортогональной модели структурной функции и алгоритмы определения структурной функции по результатам аппроксимации спектральной плотности мощности. При этом, если число членов разложения ряда больше 20, необходимо использовать в качестве базиса ортогональные функции Лагерра; применение базисов Лежандра и Дирихле, в данном случае, приводит к ошибке вычисления.

3. Проведен анализ методических погрешностей аппроксимации структурных функций ортогональными функциями Лагерра, Лежандра и Дирихле.

4. Разработана структура автоматизированной системы аппроксимативного структурно-спектрального анализа. Система реализована на языке Object Pascal. В систему включена подсистема имитационного моделирования случайных процессов со стационарными приращениями.

5. Разработанные методы, алгоритмы и комплекс программ внедрены в учебном процессе кафедры «Информационные системы и технологии» СГАУ, а также в «Институте Акустики Машин» при СГАУ, что подтверждается соответствующими актами о внедрении.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### **Монографии**

1. Прикладной анализ случайных процессов [Текст] / Под ред. Прохорова С.А / Графкин В.В. / СНЦ РАН, Самара, 2007. 582 с., ил. – 5.7 Автоматизированная система структурного анализа случайных процессов. – с. 360-368.

### **Статьи в изданиях, определенных ВАК России**

2. Прохоров, С.А. Автоматизированный комплекс корреляционно-спектрального анализа методом аппроксимации ортогональными функциями [Текст] / С.А. Прохоров, А.В. Графкин, В.В. Графкин // Вестник Самарского государственного технического университета, серия «Технические науки», №33. – Самара, 2005. – с. 329-334.

3. Прохоров, С.А. Анализ погрешности аппроксимации структурных функций ортогональными функциями экспоненциального типа [Текст] / С.А. Прохоров, В.В. Графкин // Вестник Самарского государственного технического университета, серия «Физико-математические науки», №1(14). – Самара, 2007. – с. 188-190.

### **Статьи в изданиях, определенных ВАК России по смежным специальностям**

4. Прохоров, С.А. Сравнительный анализ методов определения спектральной плотности мощности по ортогональной модели структурной функции [Текст] / С.А. Прохоров, В.В. Графкин // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. Том 10 №3 (25) – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2008., с. 815-817.

### Статьи в других изданиях

5. Grafkin, V.V. The specialized data type which are exploitable in tasks are critical to overflow situations existent in a memory part used for storing variable's value [Текст] / V.V. Grafkin // Interactive Systems and Technologies: The Problems of Human-Computer Interaction. Collection of scientific papers. – Ulyanovsk: UISTU, 2007. – pp. 239-241.

6. Прохоров, С.А. Лабораторный практикум по структурно-спектральному анализу случайных процессов в ортогональных базисах [Текст] / С.А. Прохоров, В.В. Графкин // Вестник Волжского университета им. В.Н. Татищева. Серия «Информатика». Выпуск одиннадцатый. - Тольятти: ВУиТ, 2008. – с. 203-213.

7. Прохоров, С.А. Автоматизированный комплекс корреляционно-спектрального анализа методом аппроксимации ортогональными функциями [Текст] / С.А. Прохоров, А.В. Графкин, В.В. Графкин // «Информационные, измерительные и управляющие системы (ИИУС – 2005)». Материалы Международной научно-технической конференции. Самара, 2005. – с. 266-268.

8. Прохоров, С.А. Аппроксимация структурных функций случайных процессов [Текст] / С.А. Прохоров, В.В. Графкин // Математическое моделирование и краевые задачи: М33. Труды Третьей Всероссийской научной конференции. Ч. 4: Математические модели в информационных технологиях. – Самара: СамГТУ, 2006. – с. 82-86.

9. Прохоров, С.А. Определение спектральной плотности мощности случайного процесса по аппроксимации структурной функции [Текст] / С.А. Прохоров, В.В. Графкин // Радиотехника и связь: материалы третьей Междунар. науч.-техн. конф. Саратов: СГТУ, 2006. – с. 13-17

10. Прохоров, С.А. Оценка структурной функции по параметрам модели спектральной плотности мощности в ортогональных базисах экспоненциального типа [Текст] / С.А. Прохоров, В.В. Графкин // Перспективные информационные технологии в научных исследованиях, проектировании и обучении (ПИТ-2006). Труды научно-технической конференции с международным участием. Том 1. – Самара, 2006. – с. 151-153.

11. Прохоров, С.А. Подсистема спектрального анализа случайных процессов [Текст] / С.А. Прохоров, В.В. Графкин // Компьютерные технологии в науке, практике и образовании. Труды пятой Всероссийской межвузовской научно-практической конференции. – Самара, 2006. – с. 53-55.

12. Графкин, В.В. Подсистема экспериментальных исследований для аппроксимативного структурного анализа в ортогональных базисах [Текст] / В.В. Графкин // Перспектива 2007: Материалы Международного конгресса студентов, аспирантов и молодых ученых. – Нальчик: Каб-Балк. ун-т, 2007. – с. 22-23.

13. Прохоров, С.А. Автоматизированная система аппроксимативного структурного анализа ААС [Текст] / С.А. Прохоров, В.В. Графкин // Современные проблемы информатизации в проектировании и информационных системах: Сб. трудов. Вып. 13/ Под ред. д.т.н., проф. О.Я.Кравца – Воронеж: «Научная книга», 2008. – с. 506-512.

14. Прохоров, С.А. Автоматизированный комплекс структурно-спектрального анализа методом аппроксимации ортогональными функциями [Текст] / С.А. Прохоров, В.В. Графкин // Проблемы автоматизации и управления в технических системах: труды Международной научно-технической конференции / под ред. д.т.н., проф.

М.А.Щербакова – Пенза: Информационно-издательский центр ПензГУ, 2008. – с. 336-338.

15. Графкин, В.В. Подсистема аппроксимативного анализа спектральных функций [Текст] / В.В. Графкин // Научные труды межд. молод. научн. конф. «XXXIV Гагаринские чтения». – М: МАТИ, 2008. – с. 129.

#### **Тезисы докладов**

16. Графкин, В.В. Влияние погрешности оценки коэффициентов разложения на увеличение погрешности аппроксимации корреляционной функции ортогональными функциями с учетом основного свойства [Текст] / В.В. Графкин // Тезисы докладов XXXI Самарской областной студенческой научной конференции. – Часть 1: Общественные, естественные и технические науки. – Самара: Департамент по делам молодежи Самарской области; Совет ректоров вузов Самарской области; Самарский областной совет по научной работе студентов. Самара, 2005. – с. 170-171.

17. Графкин, В.В. Использование методов аппроксимации в электромиографических исследованиях [Текст] / В.В. Графкин // Тезисы докладов XXXII Самарской областной студенческой научной конференции. – Часть 1: Общественные, естественные и технические науки. – Самара: ГУ Самарской области агентство по реализации молодежной политики; Совет ректоров вузов Самарской области; Самарский областной совет по научной работе студентов. 2006. – с. 212.

18. Прохоров, С.А. Автоматизированная система аппроксимативного анализа случайных процессов со стационарными приращениями [Текст] / С.А. Прохоров, В.В. Графкин // Повышение эффективности средств обработки информации на базе математического моделирования. Материалы докладов VIII Всероссийской научно-технической конференции Часть II. Тамбов, 26-28 апреля 2006 г. – с. 299-308.

19. Графкин, В.В. Аппроксимативный анализ структурных функций в системе MATHCAD [Текст] / В.В. Графкин // Информационные технологии в высшем профессиональном образовании: Сборник докладов II межрегиональной конференции (5-6 июня 2007 г.) / Под ред. О.А. Тарабрина, А.В. Очеповского – Тольятти – Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет, 2007. – с. 26-28.

20. Графкин, В.В. Учебно-исследовательская автоматизированная система аппроксимативного структурно-спектрального анализа случайных процессов [Текст] / В.В. Графкин // Проблемы и перспективы развития двигателестроения / Материалы докладов конкурса программы У.М.Н.И.К., секция «Коммерциализация результатов научно-технической деятельности» 24-26 июня 2009 г. – Самара: СГАУ, 2009. – с. 8-9.

#### **Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ**

21. Графкин В.В., Прохоров С.А. Автоматизированная система аппроксимативного структурно-спектрального анализа случайных процессов «AAS» [Текст] / Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2009614481 от 21.08.09.