УДК 531.741

Ю.А. Инцин

ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВ ОТКЛОНЕНИЯ РУЛЕВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ САМОЛЕТА

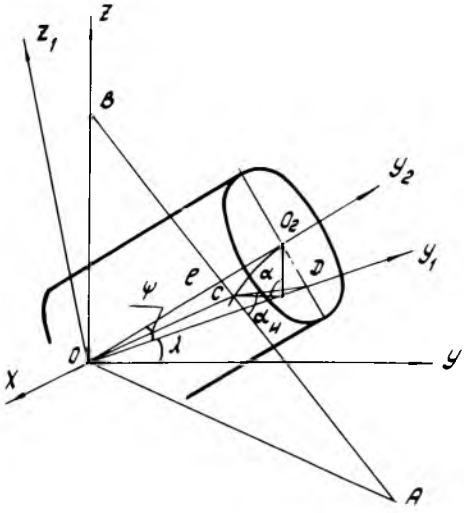
Наземные испытания и доводка систем управления самолетов сопряжены с измерением углов отклонения рулевых поверхностей. Эти измерения выполняются в большинстве случаев посредством технологических средств контроля угловых перемещений, либо посредством бортовых систем дистанционного контроля [1].

Оба способа измерения связаны с установкой измерительных средств на рулевые поверхности самолета при отсутствии доступа к валу вращения. В первом случае это установка непосредственно технологических средств контроля, во втором - образцовых мер, используемых при оценке точности бортовых систем дистанционного контроля.

В обоих случаях за базу отсчета может быть принята плоскость местной вертикали, проходящая через ось вращения измерительного устройства. Такой способ контроля исключает кинематические связи средств контроля с неподвижными элементами самолета. Точность измерения зависит от взаимного расположения осей руля и измерительного средства. Очевидно, что необходима оценка точности результатов измерения при таком методе измерения.

В работе [2] для элеронов и рулей высоты рекомендовано параллельное расположение осей вращения измерительного средства и рулевой поверхности, а для руля направления - горизонтальное расположение оси вращения измерительного средства. При допущении малых угловых отклонений расположения осей измерительных средств относительно принятых направлений получены аналитические оценки погрешности измерения углов отклонения рулевых поверхностей. Однако полученные оценки нельзя считать оптимальными, так как в работе [2] не оценена степень приближенности полученных результатов.

Рассмотрим получение оптимальной оценки методической погрешности измерения углов отклонения рулевых поверхностей самолета угломерными устройствами маятникового типа. Оценку погрешности дадим при общей постановке задачи для случая произвольного расположения осей руля и измерительного устройства в пространстве.



Р и с. I. Расчетная схема измерения углов

Расчетная схема рассматриваемого метода измерения углов представлена на рис. I. При установке измерительного устройства на рулевой поверхности их оси представляют собой скрещивающиеся прямые с углом ψ.

При отклонении руля корпус измерительного устройства совершает перемещение в пространстве, которое состоит из поступательного перемещения и вращательного движения вокруг оси чувствительности, а подвижная часть измерительного устройства совершает только поступательное перемещение, так как стабилизирована в плоскости местной вертикали. В связи с этим оказывается возможным исключить из рассмотрения поступательное перемещение измерительного устройства и рассматривать оси как пересекающиеся прямые с углом ψ.

На схеме (см. рис. I) приведены следующие обозначения:

xyz - геоцентрическая система координат

$x_1y_1z_1$ - связанная система координат (оси x и x_1 совпадают)

Oz - ось местной вертикали

Oy_1 - ось вращения руля

Oy_2 - ось вращения измерительного устройства

λ - угол наклона оси руля к горизонтальной плоскости

ψ - угол между осями руля и измерительного устройства

α - угол поворота руля

$\alpha_н$ - угол поворота подвижной части измерительного устройства относительно его корпуса.

Плоскость $z_1 O y_1$ совпадает с плоскостью zOy. В исходном положении ось Oy_2 лежит в плоскости zOy. При повороте руля на угол α точка O_2 переместится в точку C, $BC \perp OC$. Следовательно, точки B, O, C задают вертикальную плоскость, а угол между прямыми CD и BC есть угол α_4.

Для точки C в связанной системе координат запишем

$$
\begin{aligned}
X_{1c} &= \ell \sin\psi \sin\alpha = X_c ; \\
y_{1c} &= \ell \cos\psi = z_c \sin\lambda + y_c \cos\lambda ; \\
z_{1c} &= \ell \sin\psi \cos\alpha = z_c \cos\lambda - y_c \sin\lambda .
\end{aligned}
\tag{I}
$$

Для точки C в геоцентрической системе координат из выражения (I) получим:

$$
\begin{aligned}
X_c &= \ell \sin\psi \sin\alpha ; \\
y_c &= \ell \cos\psi \cos\lambda - \ell \sin\psi \sin\lambda \cos\alpha ; \\
z_c &= \ell \cos\psi \sin\lambda + \ell \sin\psi \cos\lambda \cos\alpha .
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Для точки D в геоцентрической системе координат запишем

$$
\begin{aligned}
X_D &= 0 ; \\
y_D &= \frac{\ell}{\cos\psi} \cos\lambda ; \\
z_D &= \frac{\ell}{\cos\psi} \sin\lambda .
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Длина отрезка CD равна $L_{CD} = \ell \operatorname{tg} \psi$.

Из выражения (I), (2), (3) запишем направляющие косинусы для отрезка CD:

$$
\begin{aligned}
\cos\alpha_{CD} &= \frac{X_c - X_D}{L_{CD}} = \cos\psi \sin\alpha ; \\
\cos\beta_{CD} &= \frac{y_c - y_D}{L_{CD}} = -\sin\psi \cos\lambda - \cos\psi \sin\lambda \cos\alpha ; \\
\cos\gamma_{CD} &= \frac{z_c - z_D}{L_{CD}} = -\sin\psi \sin\lambda + \cos\psi \cos\lambda \cos\alpha .
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Направляющий косинус для прямой OC равен

$$
\cos\gamma_{OC} = \frac{z_c}{\ell} = \cos\psi \sin\lambda + \sin\psi \cos\lambda \cos\alpha . \tag{5}
$$

Для точки B в геоцентрической системе координат запишем

$$X_B = 0;$$

$$y_B = 0; \qquad (6)$$

$$z_B = \frac{l}{\cos\gamma_{oc}}.$$

Длина отрезка BC равна

$$L_{BC} = l\,tg\,\gamma_{oc}. \qquad (7)$$

Из выражений (2), (6), (7) запишем направляющие косинусы для отрезка BC :

$$\cos\alpha_{BC} = \frac{X_B - X_C}{L_{BC}} = \frac{-\sin\psi\sin\alpha\cos\gamma_{oc}}{\sin\gamma_{oc}};$$

$$\cos\beta_{BC} = \frac{y_B - y_C}{L_{BC}} = -\frac{(\cos\psi\cos\lambda - \sin\psi\sin\lambda\cos\alpha)\cos\gamma_{oc}}{\sin\gamma_{oc}}; \qquad (8)$$

$$\cos\gamma_{BC} = \frac{z_B - z_C}{L_{BC}} = \sin\gamma_{oc}.$$

Для угла α_u между прямыми CD и BC запишем

$$\cos\alpha_u = \cos\alpha_{CD}\cos\alpha_{BC} + \cos\beta_{CD}\cos\beta_{BC} + \cos\gamma_{CD}\cos\gamma_{BC}. \qquad (9)$$

Из выражений (4), (8), (9) следует

$$\cos\alpha_u = \frac{\cos\gamma_{CD}}{\sin\gamma_{oc}} = -\frac{\sin\psi\sin\lambda - \cos\lambda\cos\alpha\cos\psi}{\sqrt{1-(\cos\psi\sin\lambda + \sin\psi\cos\lambda\cos\alpha)^2}}. \qquad (10)$$

При параллельности оси чувствительности маятникаи оси руля (ψ = 0) из выражения (10) следует

$$\cos\alpha_u = \cos\alpha; \quad \alpha_u = \alpha. \qquad (11)$$

При непараллельности осей возникает ошибка измерения

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha_н. \qquad (12)$$

Оценим значение ошибки

$$\cos\alpha_u = \cos(\alpha - \Delta\alpha) = \cos\alpha\cos\Delta\alpha + \sin\alpha\sin\Delta\alpha;$$

$$\frac{\cos\gamma_{CD}}{\sin\gamma_{oc}} - \sin\alpha\sin\Delta\alpha = \cos\alpha\sqrt{1-\sin^2\Delta\alpha}; \qquad (13)$$

$$\sin^2\Delta\alpha - \left(2\frac{\cos\gamma_{CD}}{\sin\gamma_{oc}}\sin\alpha\right)\sin\Delta\alpha + \left(\frac{\cos^2\gamma_{CD}}{\sin^2\gamma_{oc}} - \cos^2\alpha\right) = 0. \qquad (14)$$

Находим решение уравнения (I4)

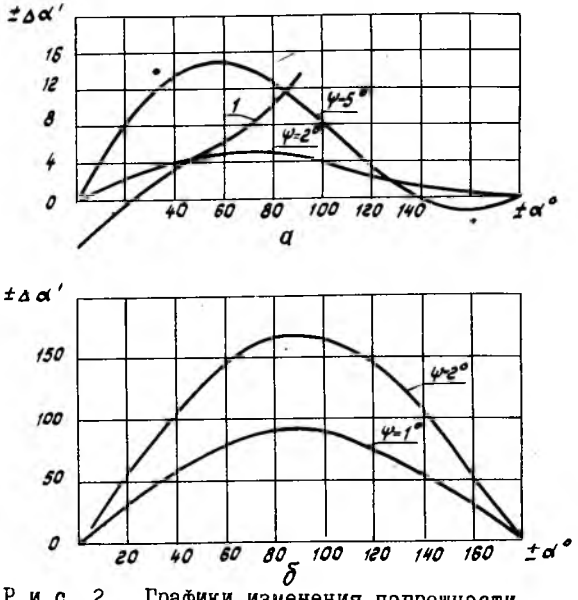
$$\sin\Delta\alpha = \frac{\sin\psi\sin\lambda \pm \cos\lambda\,(1 \mp \cos\psi)\cos\alpha}{\sqrt{1-(\cos\psi\sin\lambda + \sin\psi\cos\lambda\cos\alpha)^2}}\,\sin\alpha\,. \qquad (I5)$$

Так как при $\psi = 0$ $\sin\Delta\alpha = 0$, то окончательно получим

$$\sin\Delta\alpha = \frac{\sin\psi\sin\lambda + \cos\lambda\,(1-\cos\psi)\cos\alpha}{\sqrt{1-(\cos\psi\sin\lambda + \sin\psi\cos\lambda\cos\alpha)^2}}\,\sin\alpha\,. \qquad (I6)$$

Выражение (I6) является оптимальной оценкой методической погрешности $\Delta\alpha$ для случая параллельного расположения осей, при этом за погрешность установки измерительного устройства принимается угол ψ.

На рис. 2 приведены графики для оценки погрешности, рассчитанные в соответствии с выражением (I6).



Р и с. 2. Графики изменения погрешности
а) λ =5°; б) λ =55°

Очевидно, что начальное положение α_0 плоскости угла лежит в пределах $0^\circ \pm 180^\circ$ и носит случайный характер. Погрешность отклонения руля $\Delta\alpha_p$ должна отсчитываться относительно $\Delta\alpha_0$, соответствующего α_0. Наибольшие изменения $\Delta\alpha_p$ соответствуют $\alpha_0 = 0$, т.е. при оптимальной оценке погрешности следует принимать $\alpha_0 = 0$, а не $\alpha_0 = \pm 45^\circ$, как это принято в работе [I].

На рис. 2,а представлен график (I) оценки погрешности по работе [2] при $\lambda = 5^\circ$, $\psi = 2^\circ$. Абсолютные значения погрешности по этой оценке завышены в 2-3 раза по сравнению с оптимальной оценкой.

Таким образом, полученное выражение (I6) свидетельствует о меньших значениях погрешности измерения углов по сравнению с существующей в настоящее время оценкой этой погрешности. Кроме того, полученное выражение (I6) достаточно просто и сокращает трудоемкость вычислительного процесса при расчете графиков погрешности.

Выражения (I0), (I6) позволяют производит оценку погрешности измерения угла для случая горизонтального расположения оси измерительного устройства. При этом в указанных выражениях следует полагать $\alpha = 180^\circ \pm \alpha_p$.

Так как в рассматриваемом случае $\alpha_4 < \alpha_p$, то для получения истинного значения угла отклонения, необходимо умножить измеренное значение на коэффициент $K > 1$. Коэффициент K не является постоянной величиной, а зависит от α_p, однако практически в измерительных системах наиболее просто реализовать постоянное значение K, при этом появится ошибка измерения $\Delta\alpha_r$.

Значение K целесообразно выбрать таким, чтобы при конечном значении угла отклонения руля α_{pk} ошибка измерения была бы равна нулю, т.е.

$$K = \frac{\alpha_{pk}}{\alpha_{uk}}, \tag{I7}$$

где α_{uk} - измеренное значение угла, соответствующее углу отклонения α_{pk}.

Результат измерения угла после умножения на K равен

$$\alpha_B = \alpha_u \frac{\alpha_{pk}}{\alpha_{uk}} = (\alpha_p - \Delta\alpha)\frac{\alpha_{pk}}{\alpha_{uk}}, \tag{I8}$$

где $\Delta\alpha$ – погрешность, вычисленная по формуле (I6);

α_{uk} – значение угла, вычисленное из выражения (I0)

Полагая значение ошибки $\Delta\alpha_r$ равным

$$\Delta\alpha_r = \alpha_p - \alpha_B ,$$

получим окончательно

$$\Delta\alpha_r = \alpha_p \left(1 - \frac{\alpha_{pk}}{\alpha_{uk}}\right) + \Delta\alpha \frac{\alpha_{pk}}{\alpha_{uk}} . \qquad (I9)$$

На рис. 3 представлены графики ошибок измерения $\Delta\alpha_r$, рассчитанные в соответствии с выражением (I9).

Графики с указанными коэффициентами K_{10}, K_{15}, K_{20} соответствуют расчетному стояночному углу самолета (λ =55°) и точной установке измерительного устройства (ψ =55°), т.е. даже при точной установке имеет место методическая погрешность. Согласно полученным в работе [2] результатам при точной установке измерительного устройства, методическая погрешность равна нулю и не зависит от α_p.

Графики при λ =54° и λ =56° соответствуют отклонению стояночного угла самолета от расчетного на ± I°. Эти

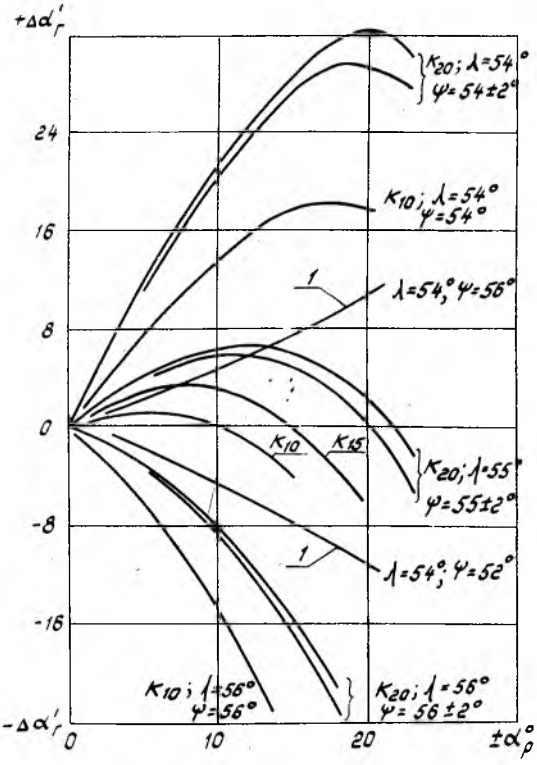


Рис. 3. Графики погрешностей измерения углов

графики получены для случая $\alpha_{pk} = 20^\circ$ и $\alpha_{pk} = 10^\circ$.

С целью сравнения полученных результатов с результатами, указанными в [2], на рис. 3 представлен график погрешности (I), рассчитанный в соответствии с аналитическим выражением, полученным в [2], для случая $\lambda = 54^\circ$ и $\psi = 52^\circ$, $\psi = 56^\circ$.

Как видно из приведенных графиков, оценка погрешности измерения согласно выражению (I9) оптимальна по сравнению с существующей в настоящее время оценкой.

Литература

I. Контроль угловых перемещений. Руководящие технические материалы - РТМ-I424, НИАТ, I875.

2. Борисовский В.М., Колманович Г.Н. Случайные погрешности чувствительного элемента маятниковых угломеров. - Труды института, № 364, НИАТ, I976.

УДК 629.7.023

И.В. Елатонцева, О.Н. Корольков

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК, РАБОТАЮЩИХ НА СЖАТИЕ, И АНАЛИЗ ИХ ВЕСОВОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Рассматриваются цилиндрические оболочки произвольного радиуса R, загруженные осевой сжимающей силой N.

Исследуются три типа заполнителей - складчатый, пилообразный и сотовый. Для каждого из них отыскиваются оптимальные параметры из условия равенства критических напряжений по общей и местной формам потери устойчивости. Чтобы учесть различную степень нагруженности оболочки и произвольность ее размеров, введен коэффициент напряженности

Складчатый заполнитель. Для определения критических напряжений используются выражения, приведенные в [I], [2], [3]. Метод оптимизации параметров складчатого заполнителя изложен в работе [4]. За пределом пропорциональности пересчет критических напряже-