расчета конструкций. Ракетная техника и космонавтика №10,1968,ст.252.

3. Бреббиа. Интегрирование по площади и объему в методе дискретных элементов. Ракетная техника и космонавтика №6,1969, ст.252.

4. Г. Корн,Т.Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.:Наука,1977,с.831.

УДК 629.7.681.5:519.2

М.А. Молдавский

ОБ ОРГАНИЗАЦИИ ПОИСКОВЫХ ПРОЦЕДУР ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОЙ ЦЕЛИ

Многие задачи оптимального проектирования могут быть представлены в виде задач оптимизации с векторным критерием.

$$F(x) = (f_1(x),\dots,f_m(x)) \to \min, \quad x \in D_x \subset E^N, \qquad (1)$$

где $f_i(x)$ – локальные критерии (для определенности полагается, что все локальные критерии желательно минимизировать),

D_x – область допустимых значений вектора оптимизируемых параметров x . Наличие векторного критерия $F(\ x\ )$ позволяет строить процедуры поиска оптимального решения не на всем допустимом множестве D_x , а на множестве Парето

$$\pi_x = x^0 \in D_x \,/\, \bar{\exists}\, x \in D_x : f_i(x) \leq f_i(x^0),\ i = \overline{1,m};\ F(x) \neq F(x^0).$$

Размерность π_x не превышает $m-1$. Обычно в задачах проектирования число локальных критериев m значительно меньше числа оптимизируемых параметров N , соответственно, π_x много меньше D_x .

Заранее множество Парето неизвестно. Для получения паретовских решений используют минимизацию сверток векторного критерия $\varphi(\bar{\lambda}, F(x))$, зависящих от векторного параметра $\bar{\lambda} \in \Lambda$, которые должны удовлетворять условиям [1] .

$$\forall \bar{\lambda} \in \Lambda\ \exists F^0 \in \pi_F : F^0 = \arg\min_{D_F} \varphi(\bar{\lambda}, F),$$

$$\forall F^0 \in \pi_F\ \exists \bar{\lambda} \in \Lambda : F^0 = \arg\min_{D_F} \varphi(\bar{\lambda}, F),$$

где $D_F = F(D_X)$ и $\Pi_F = F(\Pi_X)$.

Тогда поисковую процедуру можно строить не на Π_X или Π_F, а на множестве параметров сверток Λ. При этом, задав очередное значение $\bar{\lambda}$, минимизацией на D_X свертки $\varphi(\bar{\lambda}, F(x))$ находят паретовское решение $X(\bar{\lambda})$ или $F(\bar{\lambda})$ и по нему планируют очередное значение $\bar{\lambda}$. Множество Λ принято называть множеством целей [2], а такого типа процедуры – процедурами поиска оптимальной цели (ППОЦ).

Для организации ППОЦ необходимо уметь планировать очередные значения $\bar{\lambda}$. Для этого нужно уметь формулировать сведения о свойствах оптимального решения на Λ, а обычно они задаются на множестве векторных оценок D_F. Для выделения оптимального решения еще недостаточно задания векторного критерия $F(X)$ и допустимого множества D_X, так как векторный критерий задает лишь частичное упорядочение решений, и необходимо привлечение дополнительной информации о свойствах оптимального решения, источником которой является лицо, принимающее решения (ЛПР).

Некоторые виды информации, поступающей от ЛПР, естественно переносятся на множество целей [I], например, высказывание о том, что одно из двух решений $F', F'' \in \Pi_F$ лучше другого ($F' > F''$), полученного минимизацией свертки $\varphi(\bar{\lambda}, F)$ при $\bar{\lambda}$, равном соответственно λ' и λ'', означает, что $\bar{\lambda}' > \bar{\lambda}''$.

В [3] высказывания ЛПР о взаимной важности локальных критериев интерпретируется в виде системы равенств и неравенств на множестве целей.

В данной работе рассматривается способ переноса на множество целей информации вида: ЛПР не устраивают решения со значениями хотя бы одного локального критерия $f_i \geq \tilde{f}_i$, $i = \overline{1,m}$, $\tilde{F}$ –вектор критериальных ограничений, задаваемый ЛПР, и строится процедура, использующая такой перенос информации для сужения перспективного для дальнейшего поиска подмножества целей.

При $D_F > 0$ требованиям (I) почти всюду удовлетворяет свертка [4]

$$\varphi(\bar{\lambda}, F) = \max_{i=\overline{1,m}} \lambda_i f_i(x). \qquad (2)$$

$$\bar{\lambda} \in \Lambda = \{\bar{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_m) / \lambda_i > 0, \sum_{i=1}^{m} \lambda_i = 1\}. \quad (3)$$

При использовании в процедуре поиска цели (2) и (3) имеет место следующее утверждение.

Теорема. Пусть $\bar{\lambda}', \bar{\lambda}'' \in \Lambda$; $x', x'' \in \mathcal{T}_X$;

$$\varphi(\bar{\lambda}', F(x')) = \min_{D_X} \varphi(\lambda', F(x)) \text{ и } \varphi(\bar{\lambda}'', F(x'')) = \min_{D_X} \varphi(\bar{\lambda}, F(x)). \quad (4)$$

Если

$$\lambda_i' \leqslant \lambda_i'' \text{ при } i \neq j \text{ и } \lambda_j' \geqslant \lambda_j'', \quad (5)$$

$$\lambda_j' f_j(x') = \varphi(\bar{\lambda}', F(x')) = \max_{i=\overline{1,m}} \lambda_i' f_i(x), \quad (6)$$

то $f_j(x'') \leqslant f_j(x')$.

Пусть найдено $x' \in \mathcal{T}_X$. Тогда [4] $\exists \bar{\lambda}' \in \Lambda : \Lambda_i' f_i(x') = \underset{i=\overline{1,m}}{const}$.

Если ЛПР не интересуют решения с $f_j \geqslant f_j(x')$, то из дальнейшего рассмотрения можно исключить конус на Λ.

$$L_j(\bar{\lambda}') = \{\bar{\lambda} \in \Lambda / \lambda_i \geqslant \lambda_i' \text{ при } i \neq j, \lambda_j' \geqslant \lambda_j\}.$$

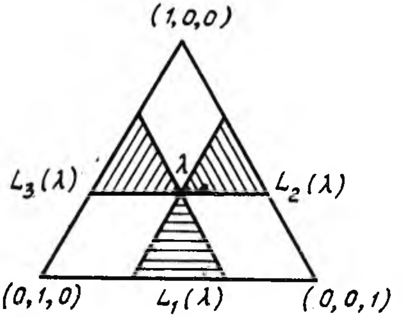
Действительно, если $\bar{\lambda}'' \in L_j(\bar{\lambda}')$, $x' \in \mathcal{T}_X$ доставляет минимум $\varphi(\bar{\lambda}'', F(x))$ и $\lambda_j'' f_j(x'') = \varphi(\bar{\lambda}'', F(x''))$, то из теоремы следует, что $f_i(x'') \geqslant f_j(x')$. Если $\lambda_j'' f_j(x'') < \varphi(\bar{\lambda}'', F(x''))$, то [4] $\exists \bar{\lambda}^\circ \in \Lambda$ такое, что $\lambda_i^\circ f_i(x'') = \underset{i=\overline{1,m}}{const}$ и $\varphi(\bar{\lambda}_0, F(x^\circ)) = \min_{D_X} \varphi(\bar{\lambda}^\circ, F(x))$.
При $\bar{\lambda}^\circ \in L_j(\bar{\lambda}')$ из теоремы следует, что $f_j(x'') \geqslant f_j(x')$. Если $\bar{\lambda}^\circ \notin L_j(\bar{\lambda}')$, то точка $x'' \in \mathcal{T}_X$ может быть получена минимизацией (2) с $\bar{\lambda}^\circ$, т.е. при отбрасывании $L_j(\bar{\lambda}')$ остается возможность получения x''.

Построение $L_j(\bar{\lambda})$ иллюстрируется на рис.I (штриховка параллельна грани симплекса Λ противоположной вершине с номером j).

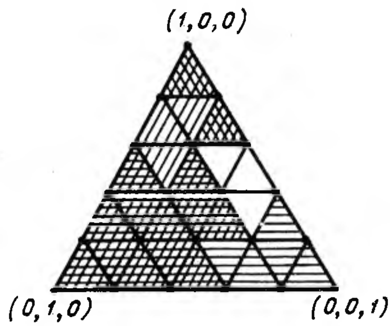
Изложенный способ переноса информации можно использовать для сужения подмножества целей, перспективного для дальнейшего поиска.

Пусть на каждой итерации ЛПР задает такой вектор $\tilde{F}^{K}$, возможно и недопустимый, (к-номер итерации), что решения $cf_i \geq \tilde{f}_i$ хотя бы для одного i его не интересуют.

Если $\{F^{P}\}$ - уже полученное точечное подмножество π_F минимизацией (2) со значениями $\bar{\lambda}$ из $\{\bar{\lambda}^{P}\}$, то из $f_j^{P} \geq \tilde{f}_j$ следует, что конус $L_j(\bar{\lambda}^{P})$ на следующей итерации можно не рассматривать. Пример сужения Λ показан на рис.2, где штриховка имеет тот же смысл, что и на рис.I, а $\{\bar{\lambda}^{P}\}$ - является правильной сеткой на Λ.



Р и с.I.Схема исключения неперспективных решений



Р и с.2.Схема сужения подмножества целей

Пусть Λ^{K} - сужение Λ на к -ой итерации. Если $\tilde{F}^{K} \geq \tilde{F}^{K+1}$, то $\Lambda^{K+1} \subset \Lambda^{K}$ и Λ^{K+1} можно выделить из Λ^{K}. Монотонное убывание можно гарантировать, например, если у ЛПР существует функция полезности, пусть и неформализованная. В этом случае при поступлении соответствующей информации от ЛПР Λ^{K} может быть сделано как угодно малым.

Нарушение монотонности последовательности $\{\tilde{F}^{K}\}$ означает, что ЛПР пересматривает свои представления об оптимальном решении в ходе поиска. В этом случае Λ^{K+1} следует выделять не из Λ^{K}, а из некоторого Λ^{g}, такого, что $\tilde{F}^{g} \geq \tilde{F}^{K+1}$ или из всего Λ, если такое g не найдется.

Следует отметить, что информацию вида: $f_i(x) \leq \tilde{f}_i$ можно учитывать, включая в число ограничений, определяющих допустимую область D_X. Но при этом возникают два рода трудностей. Во-первых, введение дополнительных функциональных ограничений значительно усложняет минимизацию сверток. Во-вторых, и это главное, такой учет информации ничего не говорит о том, что нужно сделать далее на множестве целей Λ, на котором собственно и работает ШПОЦ. При этом нужно учитывать еще два фактора. При прямом учете на D_x ограничений $f_i(x) \leq \tilde{f}_i$ и равномерном расположении точек на Λ получаемые решения сбиваются " в кучу", то есть группируются на границе допустимой области, определяемой этими ограничениями. Если ЛПР ошиблось при задании вектора ограничений $\tilde{F}$ так, что при их прямом учете допустимая область пуста, то в результате минимизации сверток не будет получено никакой полезной информации, в отличие от изложенной процедуры.

Процедура, использующая изложенный способ сужения перспективного подмножества целей, применялась для решения ряда задач [5].

Приложение

Доказательство теоремы. Из(2) и (4)

$$\varphi(\bar{\lambda}'', F(x'')) = \max_{i=\overline{1,m}} \lambda_i'' f_i(x'') \geq \lambda_j'' f_j(x''). \tag{7}$$

Пусть $\bar{F} : \bar{f}_i \lambda_i'' = \varphi(\bar{\lambda}'', F(x)) \Rightarrow \bar{F} \geq F(x'')$. (8)

Из(8)и(6) $\bar{f}_i \cdot \lambda_i'' / \bar{f}_j'' \cdot \lambda_j'' = 1 \Rightarrow f_i(x') \cdot \lambda_i' / f_j(x') \cdot \lambda_j'$.

Откуда, учитывая (5), получим

$$\bar{f}_i / f_i(x') \geq \bar{f}_j / f_j(x').$$

Если при $\forall i = \overline{1,m}\ \bar{f}_i > f_i(x')$,то $\varphi(\bar{\lambda}'', F(x')) < \varphi(\bar{\lambda}'', F(x''))$,

что противоречит(4). Следовательно $\exists k : \bar{f}_k \leq f_k(x')$.
Откуда, учитывая (8) и (9), получим $f_j(x') \geq \bar{f}_j \geq f_j(x'')$, что и требовалось доказать.

Литература

I. Бедельбаев А.А., Дубов Ю.А., Шмульян Б.Л. Адаптивные процедуры принятия решений в многокритериальных задачах.

Автоматика и телемеханика.,1976,с.136-145.

2. Д у б о в Ю.А., Копейкин А.Б. Экстремальные свойства задач о выборе цели. Изв. АН СССР, Техническая кибернетика,1977 №6, с.53--58.

3. Подиновский В.В. Об относительной важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. - В кн.: Многокритериальные задачи принятия решений. М.: Машиностроение,1978,с.48-82.

4. Г е р м е й е р Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. М.:Наука,1971,с.384.

5. Молдавский М.А. Метод решения задач векторной оптимизации, не предполагающий существования у ЛПР функции полезности. ГТУ,1978, с. 144-156.

УДК 629.7:774.32.518.5

А.И. Шулепов

ОБ АВТОМАТИЗИРОВАННОМ КОНТРОЛЕ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ В ЗАДАЧЕ КОМПОНОВКИ

Решение с помощью ЭВМ проектно-конструкторских задач связано о обработкой большого числа исходных данных. Поэтому эффективность использования системы автоматизированного проектирования в большой степени зависит от безошибочного ввода в ЭВМ исходной информации. Исключение ошибок в описаниях входных массивов позволит снизить непроизводительные затраты машинного времени и повысить эффективность комплекса проектирования в целом.

Исходная информация в задаче компоновки включает массивы данных об оболочках объекта, массивы данных о приборах и ограничениях на размещение отдельных элементов, погонные веса связей кабельной сети [1], [2].

Информация о поверхности задается в прямоугольной системе координат коэффициентами уравнения вида:

$$\varphi = a_1 x^2 + b_2 y^2 + a_3 z^2 + b_1 x + b_2 y + b_3 z + c = 0$$

$$x_{min} \leqslant x \leqslant x_{max}$$

Каждая поверхность ограничена справа и слева по координате.