Литература

I. Кириченко Н.А., Лукьянчук Б.С., Сапецкий А.Н., Сисакян Е.В. К вопросу об измерении малых поглощений лазерного излучения в ИК прозрачных материалах /Квантовая электроника, 1982, № 10, т.9, с.2121-2122.

2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.-М.:Наука, 1966.

УДК 681.3:744

В.В.Кравчук

ОДНА ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ В МАШИННОЙ ГРАФИКЕ

(г.Куйбышев)

Эффективность использования вычислительных систем во многом зависит от наличия в них средств вывода графической информации. Одним из наиболее распространенных является шаговый чертежно-графический автомат (ЧГА). С его помощью получают твердые копии чертежей на бумажном и других носителях. Однако производительность ЧГА существенно ниже производительности ЭВМ, что приводит к снижению производительности всей системы и неоправданным задержкам в получении чертежно-графической документации. Последние, в свою очередь, снижают производительность программистов, так как заставляют программировать оптимальные траектории пишущего узла (ПУ) ЧГА.

Рассмотрим шаговый ЧГА, изображение на котором формируется путем перемещения ПУ по рабочему полю. Обозначим через $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ параметрическое представление траектории ПУ в системе координат ЧГА. Здесь

$$t \in [0,1],\ x(t) \in [0,A],\ y[t] \in [0,B],$$

t = 0 соответствует началу формирования изображения;

t = I - окончанию;

$z(t)$ = I соответствует опущенному положению ПУ, $z(t)$ = 0 - поднятому;

A, B - линейные размеры листа.

С точки зрения построения изображения на ЧГА будем рассматривать чертеж как совокупность плоских кривых конечной длины, каждая из которых вычерчивается непрерывно от одной граничной точки до другой. Обозначим через $x_i(\alpha), y_i(\alpha)$ параметрическое представление i -й кривой в фиксированной на чертежном листе (листовой) системе координат. Здесь

$$\alpha\in[0,1],\ x_i(\alpha)\in[0,A_1];\ y_i(\alpha)\in[0,B_1]\quad i=\overline{1,N},$$

A_1, B_1 - линейные размеры чертежного листа;

N - количество кривых, составляющих чертеж.

Для общности теоретического результата рассмотрим произвольную ориентацию чертежей на рабочем поле ЧГА. Тогда процесс построения чертежа будет заключаться в размещении чертежного листа на рабочем поле ЧГА и формировании изображения каждой входящей в чертеж кривой. Размещение листа зададим преобразованием координат $P=\begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{vmatrix}$ из листовой системы координат в систему координат ЧГА. На траекторию ПУ, формирующую изображение, наложим следующие ограничения:

$$x(t)=P_{11}x_i(\alpha)+P_{12}y_i(\alpha), \tag{1}$$

$$y(t)=P_{21}x_i(\alpha)+P_{22}y_i(\alpha), \tag{2}$$

$$z(t)=1 \tag{3}$$

при $t=(1-\alpha)t_i^н+\alpha t_i^к\quad 0\leqslant\alpha\leqslant1,\ i=\overline{1,N}$,

где $t_i^н, t_i^к$ - моменты начала и окончания вычерчивания i -й кривой.

С другой стороны, чтобы на листе не изображались лишние линии, должно выполняться условие

$$z(t)=0 \tag{4}$$

при $t\neq(1-\alpha)t_i^н+\alpha t_i^к,\ 0\leqslant\alpha\leqslant1,\ i=\overline{1,N}.$

Учитывая, что всякое перемещение ПУ складывается из составляющих вдоль осей абсцисс и ординат, вычислим время формирования чертежа по формуле

$$T(x,y,z,P)=\int_0^1 max\left(\frac{x'(t)}{V_1(t)},\ \frac{y'(t)}{V_2(t)}\right)dt. \tag{5}$$

Здесь $V_1(t), V_2(t)$ - скорости перемещения ПУ по осям абсцисс и ординат соответственно, которые в общем случае зависят от времени.

Теперь задача минимизации времени построения чертежа формулируется следующим образом: найти непрерывные кусочно-дифференцируемые функции $x(t), y(t)$, кусочно-постоянную функцию $z(t)$ и преобразование ρ, удовлетворяющие ограничениям (I)-(4) и доставляющие минимум функционалу (5).

Частный случай задачи, когда функционал (5) минимизируется только по углу поворота листовой системы координат, рассмотрен в литературе [I]. Решением задачи является оптимальный угол поворота чертежного листа на рабочем поле ЧГА.

Рассмотрим задачу (I)-(5) при следующих допущениях:

скорости движения ПУ постоянны: $V_1(t) = V_1, V_2(t) = V_2$;

ПУ в начальный и конечный моменты формирования чертежа находится в граничных точках кривых;

время поднятия и опускания ПУ не учитывается;

ρ - единичная матрица.

Из допущений и ограничений на вычерчивание кривых следует

$$t^{н}_{j(1)} = 0, \quad t^{к}_{j(N)} = 1 \tag{6}$$

и выполняются условия (7)-(8) или (9)-(I0):

$$x(t^{н}_{j(\ell)}) = x_{j(\ell)}(0) \quad \text{и} \quad x(t^{к}_{j(\ell)}) = x_{j(\ell)}(1); \tag{7}$$

$$y(t^{н}_{j(\ell)}) = y_{j(\ell)}(0) \quad \text{и} \quad y(t^{к}_{j(\ell)}) = y_{j(\ell)}(1); \tag{8}$$

$$x(t^{н}_{j(\ell)}) = x_{j(\ell)}(1) \quad \text{и} \quad x(t^{к}_{j(\ell)}) = x_{j(\ell)}(0); \tag{9}$$

$$y(t^{н}_{j(\ell)}) = y_{j(\ell)}(1) \quad \text{и} \quad y(t^{к}_{j(\ell)}) = y_{j(\ell)}(0). \tag{10}$$

Здесь $j(\ell)$ - номер ℓ-й вычерчиваемой кривой. Положим

$$F(x,y) = max\left(\frac{x'(t)}{V_1}, \frac{y'(t)}{V_2}\right).$$

Тогда

$$T(x,y) = \int_0^1 F(x,y)dt = \int_0^1 zF(x,y)dt + \int_0^1 (1-z)F(x,y)dt =$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \int_{t_i^н}^{t_i^к} F(x,y)dt + \sum_{\ell=1}^{N-1} \int_{t^к_{j(\ell)}}^{t^н_{j(\ell+1)}} F(x,y)dt = \sum_{i=1}^{N} \int_{t_i^н}^{t_i^к} F(x_i,y_i)dt + \sum_{\ell=1}^{N-1} \int_{t^к_{j(\ell)}}^{t^н_{j(\ell+1)}} F(x,y)dt.$$

Следовательно

$$\min_{x,y} T(x,y) = \min_{x,y,j(\ell)} \sum_{\ell=1}^{N-1} \int_{t^к_{j(\ell)}}^{t^н_{j(\ell+1)}} F(x,y)dt + \sum_{i=1}^{N} \int_{t_i^н}^{t_i^к} F(x_i,y_i)dt.$$

Таким образом, оптимальной является траектория, имеющая минимальную длительность холостого хода, т.е. суммарное время прохождения ПУ участков траектории, на которых он поднят. Так как на этих участках на траекторию ПУ не накладываются никакие дополнительные ограничения, то, учитывая условия (6)-(10), получим

$$\min_{x,y,j(\ell)} \sum_{\ell=1}^{N-1} \int_{t^{\kappa}_{j(\ell)}}^{t^{\theta}_{j(\ell+1)}} F(x,y)dt = \min_{j(\ell)} \sum_{\ell=1}^{N-1} \min_{x,y} \int_{t^{\kappa}_{j(\ell)}}^{t^{\theta}_{j(\ell+1)}} F(x,y)dt =$$

$$= \min_{j(\ell)} \sum_{\ell=1}^{N-1} \min_{m_{j(\ell)}, n_{j(\ell)}} \tau_{m_{j(\ell)}, n_{j(\ell+1)}}$$

при условии $m_{j(\ell)} + n_{j(\ell)} = 1, \quad \ell = \overline{1,N}.$ (11)

Здесь $\tau_{m_{j(\ell)}, n_{j(\ell)}}$ - минимальное время перемещения ПУ от точки $(x_{j(\ell)}(m_{j(\ell)}), y_{j(\ell)}(m_{j(\ell)}))$ до точки $(x_{j(\ell+1)}(n_{j(\ell+1)}), y_{j(\ell+1)}(n_{j(\ell+1)}))$. Уравнение (11) обеспечивает выполнение ограничений (2)-(4).

Граничным точкам кривых поставим в соответствие вершины полного не ориентированного реберно-взвешенного графа по следующим правилам: точке $(x_i(0), y_i(0))$ соответствует вершина с номером $2i-1$, точке $(x_i(1), y_i(1))$ - вершина с номером $2i$. Вес ребер определим соотношениями

$$C_{ii} = 0, \quad i = \overline{1,2N};$$

$$C_{2i-1,2i} = C_{2i,2i-1} = 0, \quad i = \overline{1,N}.$$

В остальных случаях C_{ij} равно минимальному времени холостого перехода ПУ между соответствующими граничными точками. Теперь оптимальной траектории будет соответствовать гамильтонова цепь минимального веса, проходящая через ребра $(2i-1, 2i)$ $i = \overline{1,N}$, которые назовем помеченными, т.е. оптимальной траектории соответствует решение x_{ij} открытой задачи коммивояжера [2] с N дополнительными ограничениями вида

$$x_{2i-1,2i} + x_{2i,2i-1} = 1, \quad i = \overline{1,N}. \qquad (12)$$

Для решения этой задачи предлагается алгоритм, основанный на методе динамического программирования и имеющий трудоемкость порядка $O(N^4)$. Сущность алгоритма заключается в следующем: выбирается произвольное помеченное ребро (i,ℓ) и строится множество $S(i,\kappa,3)$ простых цепей длины 3, обладающих свойствами: $(i,\ell) \in S(i,\kappa,3)$, $(j,\kappa) \in S(i,\kappa,3)$, где (j,ℓ) - помеченное ребро. Затем на очередном шаге строится множество $S(i,\kappa,m)$ простых цепей длиной m, обладающих свойствами: $(i,\ell) \in S(i,\kappa,m)$, $(j,\kappa) \in S(i,\kappa,m)$, где (j,κ)-

помеченное ребро.

$\exists n \; S(i,n,m-1) \subset S(i,k,m),\; q(S(i,k,m)) = \min(q(S(i,j,m-1)) + C_{jk})$, где $q(S(i,k,m))$ - вес цепи $S(i,k,m)$.

Каждая цепь $S(i,k,2N-1)$ длиной $2N-1$ включает все помеченные ребра и является гамильтоновой. Из них выбирается цепь минимального веса.

Для устранения зависимости полученной цепи от начального ребра описанную выше процедуру выполняют, начиная с каждого из помеченных ребер. Лучшую из построенных таким образом цепей принимают за решение открытой задачи коммивояжера с дополнительным ограничением вида (I2).

Выводы

I. Решение задачи минимизации времени построения чертежей на ЧГА позволяет повысить производительность вычислительных систем, в состав которых входят ЧГА.

2. Предложенный подход позволяет повысить уровень автоматизации программирования: программисту достаточно закодировать линии чертежа в произвольном порядке, а синтез оптимальной траектории ПУ происходит автоматически.

Литература

I. Р я б о в А.Н. Использование одной особенности графопостроителя для повышения скорости регистрации.-Управляющие системы и машины, 1982, № 5, с.25-26.

2. К р и с т о ф и д е с Н. Теория графов. Алгоритмический подход.-М.:Мир, 1978.-432 с.

УДК [illegible]

[illegible].С и м о н о в с к и й

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ
СБОРА И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

(г.Куйбышев)

Расширение сферы применения автоматизированных систем научных исследований и комплексных испытаний образцов новой техники (АСНИ), необходимость внедрения большого количества автоматизиро