

ОЦЕНКА ЗАТРАТ ВРЕМЕНИ НА ВЫПОЛНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ
ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Выбор технических средств и алгоритмов цифровой обработки сигналов при проектировании АСНИ во многом определяется требуемой характеристикой скорости обработки экспериментальных данных. Поэтому важно оценить затраты времени на обработку одного отсчета входного сигнала для различных алгоритмов цифровой фильтрации и для различных вычислительных средств. При оценке времени работы цифрового фильтра в данной работе будем учитывать лишь операции умножения и сложения [1], так как количество операций пересылок, управления, обмена с внешней памятью и периферийными устройствами определяется в основном комплексом технических средств и структурой проектируемой АСНИ.

Рассмотрим последовательно алгоритмы рекурсивной и нерекурсивной цифровой фильтрации, а также спектрального анализа.

1. Число операций умножения и сложения для рекурсивного цифрового фильтра порядка N в общем случае определяется соответствующим числом операций в алгоритме фильтрации [2]:

$$y(n) = \sum_{i=0}^M a(i)x(n-i) - \sum_{i=0}^N b(i)y(n-i),$$

где $x(n-i)$, $y(n-i)$ - соответственно, отсчеты входного и выходного сигналов, задержанные на i интервалов дискретизации;

$a(i)$ и $b(i)$ - коэффициенты фильтра, причем $b(N) \neq 0$;

M, N - соответственно, число нулей и полюсов передаточной функции фильтра;

N - определяет порядок фильтра.

В зависимости от частотных свойств конкретного рекурсивного фильтра, количество коэффициентов $a(i)$ и $b(i)$, отличных от нуля, для заданного N может быть различным. В наиболее общем случае $M=N$, $a(i) \neq 0$, $b(i) \neq 0$ $\forall i=1, N$ число вычислительных операций максимально.

Тогда

$$T_p = (2N+1) T_{умн} + 2NT_{сл}, \quad (1)$$

T_p - оценка времени обработки одного отсчета сигнала рекурсивным фильтром порядка N .

2. Число операций сложения и умножения для нерекурсивных фильтров, реализуемых прямой сверткой, определяется соответствующим числом операций в алгоритме фильтрации [1]:

$$y(n) = \sum_{i=0}^N h(i)x(n-i),$$

где $y(n)$ - отсчеты выходного сигнала;
 $x(n-i)$ - отсчеты входного сигнала, задержанные на i интервале в дискретизации;
 N - порядок нерекурсивного фильтра, определяемый длительностью импульсной переходной характеристики фильтра $h(i)$.

Искомая оценка затрат времени на обработку одного отсчета сигнала нерекурсивным фильтром

$$T_{nc} = (N+1) T_{умн} + NT_{сл}. \quad (2)$$

3. Для нерекурсивных фильтров, реализуемых на основе частотной выборки, удобнее определять порядок фильтра не по длительности импульсной переходной характеристики, а по числу используемых цифровых резонаторов. Алгоритм работы фильтра можно записать следующим образом [1]:

$$y(n) = \sum_{i=1}^N H_i v_i(n);$$

$$v_i(n) = s(n) + a_{1i} s(n-1) - v_i(n-1)a_{2i} - a_{3i} v_i(n-2);$$

$$s(n) = x(n) - kx(n-M),$$

где $x(n), y(n)$ - соответственно, отсчеты входного и выходного сигналов;

$s(n), v_i(n)$ - соответственно, входной и выходные сигналы резонаторов;

- резонаторов;

N - число резонаторов, определяющее в этом смысле порядок фильтра;

H_i - отсчеты частотной выборки, отличные от нуля;
 M - общее число отсчетов частотной выборки, длительность импульсной характеристики фильтра;

$\{H_i, a_{1i}, a_{2i}, a_{3i}\}$ - набор коэффициентов i -го резонатора.

Отсюда оценка времени обработки одного отсчета сигнала.

$$T_{\text{цв}} = (4N+1) T_{\text{умн}} + 4N T_{\text{сл}}. \quad (3)$$

4. Нерекурсивные фильтры, реализуемые с помощью быстрой свертки.

Поскольку перемножение преобразований Фурье соответствует свертке преобразуемых функций, то процедуру вычисления свертки можно заменить тремя преобразованиями Фурье и перемножением последовательностей:

$$H(\kappa\Omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h(nT) e^{-j\Omega T n \kappa};$$

$$X(\kappa\Omega) = \sum_{n=0}^M x(nT) e^{-j\Omega T n \kappa};$$

$$Y(\kappa\Omega) = H(\kappa\Omega) X(\kappa\Omega); \quad \forall \kappa = \overline{0, M+N-1};$$

$$y(nT) = \sum_{\kappa=0}^{M+N-1} Y(\kappa\Omega) e^{j\Omega T n \kappa};$$

где $x(nT)$, $y(nT)$ - соответственно, входная и выходная последовательности фильтра;

$h(nT)$ - импульсная переходная характеристика фильтра длительности N ;

$X(\kappa\Omega)$, $Y(\kappa\Omega)$, $H(\kappa\Omega)$ - дискретные Фурье-образы перечисленных последовательностей;

M - длина фильтруемой секции сигнала.

В работе [1] предлагается простая оценка для времени фильтрации одного отсчета входного сигнала:

$$T_{\text{бс}} = 4 (T_{\text{умн}} + T_{\text{сл}}) (\log_2 N + 3) \quad (4)$$

в предположении, что $M \sim N$ и что при фильтрации действительных сигналов комплексное БФФ обрабатывает сразу две секции - входного сигнала.

5. Спектральный анализ на основе БФФ.

Для алгоритмов БФФ с основанием "2" в предположении, что обрабатываются комплексные последовательности, имеет место следующая оценка времени фильтрации одного отсчета входного сигнала [1]:

$$T_{\text{БФФ}} = 2(T_{\text{умн}} + T_{\text{сл}}) \log_2 N, \quad (5)$$

где N - число спектральных компонент, для которых вычисляются коэффициенты Фурье.

6. Спектральный анализ на основе гребенки цифровых резонаторов (алгоритм Герцеля).

Алгоритм Герцеля вычисляет коэффициенты Фурье с помощью гребенки комплексных резонаторов [1]:

$$X(k\Omega) = y_k(rMT) - e^{-j\Omega T_k} y_k((rM-1)T);$$

$$y_k(nT) = 2\cos \Omega T_k y_k((n-1)T) - y_k((n-2)T) + S(nT);$$

$$S(nT) = x(nT) - x((n-N)T);$$

$$\Omega = \frac{2\pi}{NT}; \quad k = \overline{0, N-1};$$

N - число вычисляемых спектральных компонент;
 rMT - промежутки времени, через которые вычисляется очередной набор спектральных коэффициентов, $r = 0, 1, \dots$

Считая, что через каждые M отсчетов вычисляется лишь $N/2$ спектральных компонент, так как спектр действительного сигнала симметричен, что $M \sim N$ и что M и N достаточно велики, введем следующую оценку времени обработки одного отсчета сигнала [1]:

$$T_r = N(T_{\text{умн}} + 2T_{\text{сл}}). \quad (6)$$

7. Теперь, используя формулы (1+6), рассчитаем оценки временных затрат на выполнение рассмотренных алгоритмов цифровой фильтрации.

рации для различных средств вычислительной техники. Положим, что для расчетов используется 16-разрядная арифметика с фиксированной запятой. Значения $T_{умн}$ и $T_{сл}$ для различных вычислительных средств сведены в таблицу.

№ вычислит. средства	Вычислительные средства	T сложения, мкс	T умножения, мкс
I	M-6000	5	230
II	СМ-4	4,7	10,8
III	Электроника НЦ-03	20	2200
IV	Электроника 60	~ 10	~ 1000
V	МП, аналогичный SBP 0400	~ 2	~ 150
VI	МП 589МК02	~ 0,25	~ 50

Ввиду отсутствия паспортных данных для микропроцессоров (МП) и микро-ЭВМ "Электроника 60" используются экспертные оценки. Для МП средств это обусловлено еще и тем, что:

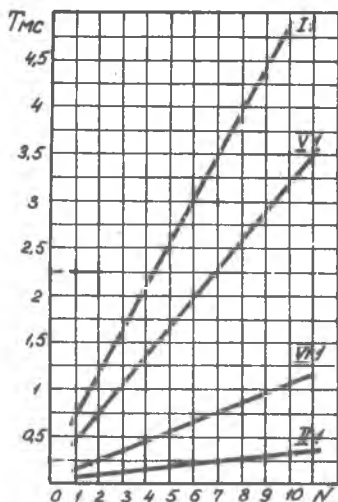
- а) структура программного управления для разных МП различна;
- б) в системах команд операция умножения отсутствует;
- в) не сложился единый подход к оценке быстродействия МП;
- г) время программного выполнения операции умножения зависит от качества программирования;
- д) недостаточен опыт программирования МП.

Построенные на основе расчетов по формулам (I+6) зависимости:

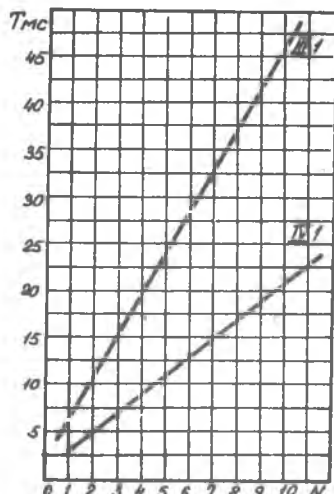
T одного отсчета вх.с. = (N)

представлены на рис. I-6.

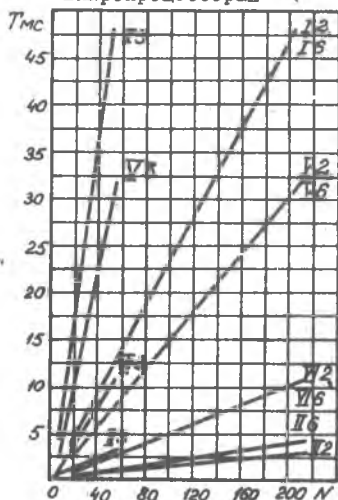
Для каждого из рассмотренных алгоритмов N изменяется в диапазоне наиболее употребительных значений. Каждая прямая помечена индексом из римской и арабской цифр. Римская цифра указывает тип вычислительного средства в соответствии с таблицей, а арабская - номер формулы и соответствующего алгоритма цифровой фильтрации. Поскольку время обработки одного отсчета входного сигнала по заданному алгоритму фильтрации определяет полосу пропускания системы, полученные оценки могут использоваться при проектировании АСНИ. Расчетные зависимости позволяют на начальных этапах проектирования АСНИ легко устанавливать взаимосвязь между типом и



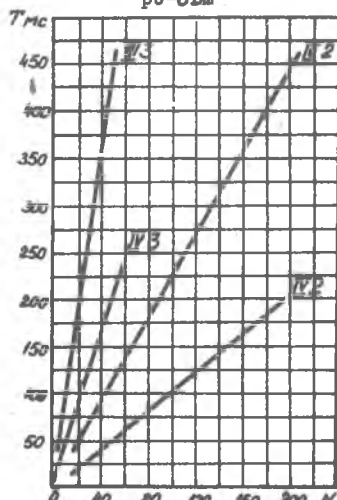
Р и с. 1. Оценка реализации рекурсивных алгоритмов порядка N на мини-ЭВМ и микропроцессорах



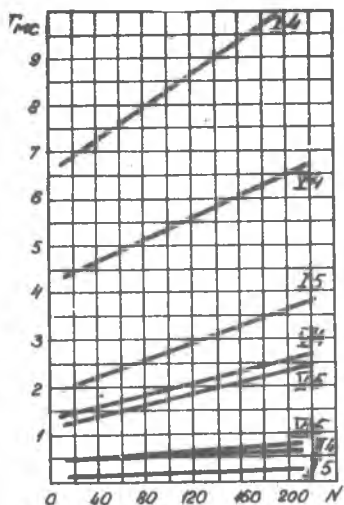
Р и с. 2. Оценка времени реализации рекурсивных алгоритмов порядка N на микро-ЭВМ



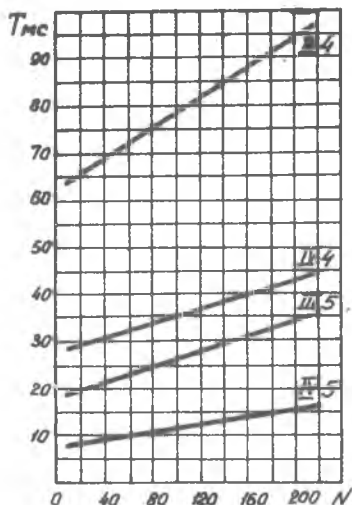
Р и с. 3. Оценка времени реализации прямой свертки, фильтров на основе частотной выборки и алгоритма Герцеля на мини-ЭВМ и микропроцессорах



Р и с. 4. Оценка времени реализации прямой свертки, фильтров на основе частотной выборки и алгоритма Герцеля на микро-ЭВМ



Р и с. 5. Оценка времени реализации алгоритмов БПФ и быстрой свертки на мини-ЭВМ и микропроцессорах



Р и с. 6. Оценка времени реализации алгоритмов БПФ и быстрой свертки на микро-ЭВМ

качественными характеристиками алгоритмов цифровой обработки сигналов, типом вычислительных средств и требуемой характеристикой скорости обработки экспериментальных данных.

Л и т е р а т у р а

1. Г о л д Б., Р е й д е р Ч. Цифровая обработка сигналов. - М.: Советское радио, 1973.
2. Р а б и н е р Л., Г о у л д Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. - М.: Мир, 1978.