

4. В а с и н А.М. и др. Система автоматизации научных исследований на базе интерфейса мини-ЭВМ. Тезисы докладов всесоюзной конференции по измерительным информационным системам ИИС-79. Л.: 1979.
5. И с м а и л о в Ш.Ю., К о м ш и л о в О.А., К о н д а к о в А.Д., С ы с о в Н.Ф., Т ю л е н е в К.В. Измерительный генератор случайных процессов. - В сб.: Специальные автоматические устройства и системы для научных исследований. Труды ВНИИП, 1975, вып. 6.

УДК 519.242

М.Л.К а л я е в

#### ОБОБЩЕННЫЙ СТОХАСТИЧЕСКИЙ ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД ПЛАНИРОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

В работе [1] был предложен стохастический вариационный метод, развитый впоследствии в работах [2, 3]. Целью настоящей работы является обобщение стохастического вариационного метода (СВМ) для планирования физического эксперимента, ожидаемая математическая модель объекта исследования которого может быть представлена в виде нелинейной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений. Кроме того, будут рассмотрены свойства метода в сравнении с различными подходами к минимизации целевой функции: методом сеток, методом конечных элементов, методом спуска и методом Ньютона.

Обобщение СВМ. В работах [1-3] СВМ был применен для решения уравнения Шредингера. Обобщим метод на случай аппроксимации функции, являющейся решением нелинейной краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений или уравнений в частных производных. Такая постановка задачи характерна для планирования экспериментов в различных областях теории поля. Итак, перейдем в тех уравнениях, где это возможно, к эквивалентному вариационному принципу в форме Лагранжа. Используем для нахождения коэффициентов линейной комбинации базисных функций, граничные условия, линейные относительно функций, определяемых экспериментально, или линейные дифференциальные уравнения, для которых постановка ва-

риационной задачи в формализме Лагранжа невозможна. Для оставшихся уравнений и граничных условий проведем оптимизацию простой или взвешенной суммы квадратов невязок.

Заметим, что эти обобщения находятся в полном согласии с работами [1-3]. Действительно, в лангранжевой вариационной задаче здесь минимизируется энергия состояния квантовомеханической системы, задача наилучшего приближения в бесконечномерном пространстве сводится к линейной задаче на собственные значения, а случай минимизации невязок отсутствует, так как граничные условия удовлетворяются автоматически путем выбора базиса.

Влияние на сходимость размерности модели. У СВМ, как у метода, относящегося к классу методов Монте-Карло, объем вычислений растет линейно с ростом размерности задачи, тогда как в других упомянутых подходах этот рост происходит пропорционально квадрату размерности. Поэтому наиболее выгодно применять СВМ в задачах большой размерности, содержащих много различных параметров.

Влияние на сходимость особенностей аппроксимируемой функции. В оценку скорости сходимости методов спуска и метода Ньютона входит в качестве множителя мажоранта для якобиана или константа Липшица искомой функции. В методах сеток и конечных элементов большая константа Липшица приводит к необходимости сгущения сетки или более мелкого разбиения области на элементы в районе предполагаемой особенности, а следовательно, к росту размерности линейных систем, решаемых на каждой итерации. В схеме СВМ учет особенности может быть произведен путем надлежащего выбора функции распределения для нелинейных параметров базисных функций. Например, в случае гауссовского базиса [1-3] это можно сделать, введя ненулевую вероятность для малых дисперсий и наложив ограничения на математическое ожидание, определяющее положение особенности. Существенно то, что возможность самообучения, заложенная в схеме СВМ, позволяет в ходе численного процесса организовать отдельно учет каждой априорно известной особенности, не ухудшая дальнейшей сходимости. Вообще выбор функции распределения для параметров базиса определяет свойства аппроксимируемой функции и является весьма ответственным этапом в реализации метода.

Влияние на сходимость граничных условий. Даже малое изменение формы области и других параметров объектов может при решении задачи методом сеток или конечных элементов повлечь за собой прин-

ципальное изменение вычислительной схемы [4, 5, 6]. В СВМ же задание граничных условий происходит вне алгоритма, поэтому нет нужды в разработке специальных программ планирования каждого конкретного эксперимента. То же можно сказать и о виде выражений, входящих в граничные условия. Наиболее благоприятен случай, когда в наборе граничных условий для каждой искомой скалярной функции задаются значения одной и той же формы, линейной относительно функции и ее производных. В этом случае все граничные условия удается учесть при определении коэффициентов линейной комбинации. Заметим, что если все граничные условия представляют собой нелинейные выражения относительно функций, определяемых в эксперименте, или их производных, то следует сделать замену переменных или искомого функций, линеаризующую хотя бы одно из граничных условий по каждой искомой функции.

Влияние на сходимость объекта исследования. В отличие от традиционных методов оптимизации целевой функции, применяемых в планировании эксперимента, в СВМ физическая природа исследуемого объекта существенно влияет на его сходимость. При использовании СВМ желательно, чтобы критерий выбора оптимальной точки [1-3] соответствовал физическому вариационному принципу в форме Лагранжа. Минимизация простой или взвешенной суммы квадратов невязок уравнений системы может снизить эффективность процедуры СВМ. Обычный способ перехода от дифференциальных уравнений к вариационной задаче состоит в записи лагранжиана или гамильтониана, т.е. такого функционала, для которого исходная система является системой Эйлера-Лагранжа (системой Гамильтона). Сказанное в этом параграфе определяет преимущественные сферы применения СВМ: задачи механики, электростатики и электродинамики сплошных сред, термодинамики жидкости и газа, теории гравитации.

Использование СВМ в пакетах прикладных программ АСНИ. Компактность и универсальность алгоритма СВМ дают возможность разработки стандартной процедуры СВМ и использования ее для глобального планирования эксперимента в пакетном и, что особенно интересно, в диалоговом режимах работы с возможным последующим обращением к схеме Ньютона или одному из вариантов метода спуска [7, 8]. Объем программистской работы при таком подходе в несколько раз меньше, чем при программировании метода конечных элементов для простых модельных задач [6].

Влияние на скорость сходимости используемого базиса. Из всех методов нелинейной аппроксимации функций, являющихся решениями краевых задач для систем дифференциальных уравнений, только СВМ обладает возможностью оптимизации базиса. Идея оптимизации базиса дает методу важнейшие преимущества, так как недостатки других методов, связанных с разложением искомым функций по некоторым базисам, являются недостатками самих этих базисов. Так, в методе сетки выбору базиса сопутствует процедура дискретизации, приводящая к неизбежной потере информации об искомой функции. Свойства базиса из сплайн-функций, используемого в методе конечных элементов, определяются в конечном счете дельта-функцией, появляющейся при дифференцировании сплайнов. В стохастическом вариационном методе базис является объектом оптимизации и, следовательно, во-первых, начальный базис не фиксирован, во-вторых, его дальнейшее усовершенствование полностью контролируется и может широко изменяться по характеру. При необходимости, продиктованной конкретной задачей, в базис могут быть введены и сплайны, и любые другие функции.

Числовые характеристики работы СВМ. При решении задач 1, 2, 4 из работы [9] с помощью программы СВМ с различной точностью: 2, 4, 6 и 8 знаков после запятой число членов вариационного разложения было в среднем в 1,6 раза меньше, чем при использовании метода Галеркина с базисом из полиномов Эрмита, в 1,5 раза меньше, чем у метода Рунца с базисом из кусочно кубических сплайнов. По сравнению с методом последовательной коррекции и спуска [9] СВМ дает выигрыш во времени в среднем 2,1 раза (учитывая возможности используемых ЭВМ). Объем ФОРТРАН-программы составил от 60 до 125 операторов.

#### Л и т е р а т у р а

1. К у к у л и н В.И. Стохастический метод оптимизации базиса для вариационных расчетов многочастичных систем. Известия АН СССР. Серия физики, 1975, № 3, с. 535-542.
2. К у к у л и н В.И., К р а с н о п о л ь с к и й В.М. Стохастический вариационный метод. "Ядерная физика", 1975, с. III0-II20.
3. К р а с н о п о л ь с к и й В.М., К у к у л и н В.И. Вариационные расчеты в проблеме трех тел на стохастически

- оптимизированном базисе. Известия АН СССР. Серия физики, 1975, № 3, с. 543-549.
4. О д е н Дк. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. - М.: Мир, 1976.
  5. Теоретические основы и конструирование вычислительных алгоритмов математической физики. / Под ред. К.И.Бабенко. - М.: Наука, 1979.
  6. С е г е р л и н д Дк. Применение метода конечных элементов. - М.: Мир, 1977.
  7. К р а с н о п о л ь с к и й В.М. Автореферат кандидатской диссертации.- М.: 1978.
  8. О р т е г а Дк., Р е й н б о л д т В. Итерационные методы решения нелинейных уравнений со многими неизвестными. - М.: Мир, 1975.
  9. *Lentini M., Pezzyza V.A Variable Order Finite Difference Method for Nonlinear Multipoint Boundary Value Problems. Mathematics of Computation, 1974, vol. 28, No. 128, pp. 981-1003.*

УДК 681.3.06.51

П.В.Гамин, В.В.Куликов

#### ГЕНЕРАЦИЯ ПРОГРАММ СИНТАКСИЧЕСКОГО АНАЛИЗАТОРА

Транслирующие компилирующие и интерпретирующие системы имеют большое практическое значение при разработке программного обеспечения систем реального времени информационно-вычислительных комплексов (СПО СВВ ИБК) на базе мини-ЭВМ. Широкое внедрение этих ЭВМ в практику научных исследований делает актуальной задачу развития транслирующих систем для реализации языковых средств общения экспериментатора-пользователя ИБК. К таким средствам можно отнести диалоговые проблемно-ориентированные языки, языки подготовки данных, языки запросов информационно-поисковых систем общего и специального назначения.

Общая тенденция автоматизации проектирования в технике нашла свое отражение и в задачах автоматизации транслирующих систем. В