Заметим, что выражения (I6), определяющие дисперсию ошибки, справедливы при любом выборе базиса преобразования, а также и при отсутствии преобразования в спектральную область. Рассчитанные по (I6) погрешности оценок приведены на рис. 3 для трех различных алгоритмов фильтрации :

I. Фильтрация без учёта коррелированности отсчетов в строке.

2. Фильтрация с применением преобразования Уолша.

3. Фильтрация с помощью ДПФ.

На рис. 4 приведено сравнение рассмотренных алгоритмов фильтрации с оптимальным, получающимся при разложении Карунена-Лоэва, по установившемуся значению ошибки фильтрации в зависимости от количества отсчетов в строке изображения N. Видно, что использование ДПФ приводит к незначительному отклонению от оптимального разложения уже при N =I6 - 32. Однако преобразование Уолша не является асимптотически оптимальным при $N \to \infty$.

Л И Т Е Р А Т У Р А

I. Обработка изображений на ЦВМ, М., "Мир", I973.

2. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т.I., М., "Сов. радио", I972.

3. Tzafestas S.G., Nightingall J.M. Concerning optimal filtering theory of linear distributed-parametr systems. PROC. IEE, vol. 115, No. 11, November 1968, pp. 1937-1942.

4. Сороко Л.М., Стриж Т.А. Спектральные преобразования на ЦВМ. Дубна, I972.

5. Judea Peall. On Coding and Filtering Stationary Signals by DFT. IEEE Trans., IT-19, March 1973, p.p. 229-232.

УДК 621.39I : 621.397

А.А.Ямович

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ДВУМЕРНЫХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ДАННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТА

I. Двумерные интерполяционные модели поля. При автоматизации экспериментальных исследований двумерных параметрических полей [I] ÷ [3] их исходные изображения представляются на некотором дискретном множестве $\mathcal{D}\{m \in [1,M]\ ;\ \tau \in [1,T]\}$ КИМ - сигналами [I]

$$\vec{S}(\tau)=\{S(m,\tau)\}_{m=\overline{1,M}}=\{S(t)\}_{t=\overline{[(\tau-1)M+1],\tau M}} \qquad (I)$$

разрядностью N бит каждый . Здесь m -номер элемента поля (I) в строке развертки; τ - номер строки; t - целочисленное абсолютное время, связанное с двумерными координатами элементов поля (I) соотношением

$$t=(\tau-1)+m \qquad (2)$$

Откуда

$$\begin{cases} m=t-M(\lceil tM^{-1}\rceil-1) \\ \tau=\lceil tM^{-1}\rceil \end{cases} \qquad (3)$$

Введем в рассмотрение класс двумерных интерполяционных моделей

$$\vec{q}(\tau)=\{q(m,\tau)\}_{m=\overline{1,M}}=\{q(t)\}_{t=\overline{[(\tau-1)M+1],\tau M}} \qquad (4)$$

поля (I), обладающих той особенностью, что наряду с интерполяционными отсчетами в них задаются и направления (фазы) интерполяции его исходного изображения. Таким образом,

$$\begin{cases} \vec{q}(\tau)=\{q[\{\vec{S}_k\},\{R_n\};\,m,\tau]\}_{m=\overline{1,M}}= \\ \quad =\{q[\{S^*(t_i')\},\{R(t_z)\};\,t]\}_{t=\overline{[(\tau-1)M+1],\tau M}} \\ i=\overline{1,I};\; z=\overline{1,Z};\; \{t_i'\}_I\subseteq\{t_z\}_z\subset\{t\}_{MT}=\mathcal{D}, \end{cases} \qquad (5)$$

где информационными параметрами (существенными координатами) [2] являются

I) $\{\vec{S}_k\}$ - совокупность векторов интерполяционных отсчетов поля S или их оценок $\hat{S}$, причем

$$\begin{cases} \vec{S}_k=\{S^*(m'_{i(k)},\tau'_k)\}_{i(k)=\overline{1,M_k}}=\{S^*(t_i')\}_{i=\overline{(i_{k-1}+1),i_k}} \\ (m'_{i(k)},\tau'_k)\in\mathcal{D};\; k,i(k)=1,2,\ldots \end{cases} \qquad (6)$$

Здесь

$$\delta^*(t_i') = \begin{cases} \delta(t_i') \\ \bar{\delta}(t_i') \end{cases}; \tag{7}$$

$$i_p = \sum_{i=1}^{p} M_i; \quad p = (k-1), k; \tag{8}$$

2) $\{\overline{R_n}\}$ – совокупность векторов направлений (фаз) интерполяции в $\mathcal{D}$, причем

$$\begin{cases} \overline{R_n} = \{R(m_{i(n)}, \tau_n)\}_{i(n)=\overline{1,N_n}} = \{R(t_z)\}_{z=\overline{(z_{n-1}+1), z_n}} \\ (m'_{i(k)}, \tau'_k) \subseteq (m_{i(n)}, \tau_n) \in \mathcal{D}; \; n, i(n) = 1, 2, \ldots \end{cases} \tag{9}$$

Здесь $R(t_z) = R_j \in \{R_1, R_2\}$ j – е направление интерполяции для $t_z \in \mathcal{D}$, совпадающее с одним из следующих направлений дуг τ_j (j = I,2)

$$\begin{cases} \tau_1((t_z - M); t_z) \longleftarrow R_1 \\ \tau_2((t_z - 1); t_z) \longleftarrow R_2, \end{cases} \tag{I0}$$

$$z_p = \sum_{i=1}^{p} N_i; \quad p = (n-1), n \tag{II}$$

При этом совокупность $\{\overline{R_n}\}$ задает в $\mathcal{D}$ поле

$$\overline{R}(\tau) = \{R(m, \tau)\}_{m=\overline{1,M}} = \{R(t)\}_{\overline{[(\tau-1)M+1], \tau M}} \tag{I2}$$

направлений интерполяции (I) отсчетами из (6), имеющее вид

$$\begin{cases} R(t) = R_j = const \\ t_{z-1} < t \leqslant t_z; \; z = \overline{1, Z}, \end{cases} \tag{I3}$$

а на последовательность $\{R(t_z)\}$ наложены ограничения:

I) если $t_z \neq t_i' \ \forall i \in [1, I]$, то $R(t_z)=R_1$;

2) если $R(t_z)=R_1$, то $R(t_{z+1})=R_2$ и $t_{z+1}=t_i' \ \exists i \in [1, I]$.

Перейдем к вопросу кодирования существенных координат. В рамках предложенной структуры (5) их можно условно разделить [2] на две группы:

I) существенные координаты I рода, для которых

$t_z \neq t_i' \ \forall i \in [1, I]$ и $R(t_z)=R_1$;

2) существенные координаты II рода при всех $t_z = t_i'$ и $R(t_z) \in \{R_1, R_2\}$.

Каждая из координат I рода определяется кодовым значением фазы интерполяции - R_1 с относительной временной датой

$$\Delta t_{z-1} = t_z - t_{z-1} \tag{I4}$$

и может быть закодирована [2] словом в N бит. Координата II рода состоит из координаты I рода с фазой $R_j \in \{R_1, R_2\}$ и интерполяционного отсчета поля из (6), поэтому ее кодирование осуществляется двойным словом в $2N$ бит.

Приведем примеры двумерных степенных интерполяционных моделей предложенной структуры.

I. <u>Интерполятор нулевого порядка</u>. Наличие взаимооднозначных зависимостей (3) позволяет представить отсчеты модели следующей интерполяционной зависимостью

$$\begin{cases} Q(m, \tau - \Delta\tau(m)) = S^*(t_z) \\ \forall \Delta\tau(m) \in [0, \Delta t(m)) \wedge \forall t \in (t_{z-1}, t_z] \end{cases} \tag{I5}$$

при всех z, для которых $R(t_z)=R_2$. Здесь $\Delta t(m)$ - целочисленная вещественная функция m, определяемая с учетом (3) для $\forall t \in (t_{z-1}, t_z]$ из условий

а) $\forall \Delta\tau(m) \in (0, \Delta t(m))\ R(m, \tau - \Delta\tau(m)) = R_1$;

б) $R(m,\tau-\Delta t(m))=R_2$.

2. Интерполятор второго порядка.

Интерполированные значения отсчетов модели с учетом (3) задаются следующим образом:

$$\begin{cases} Q(m,\tau-\Delta\tau(m))=Q(m,\tau)+\dfrac{\Delta\tau(m)}{\Delta t(m)}[Q(m,\tau-\Delta t(m))-Q(m,\tau)] \\ \forall\,\Delta\tau(m)\in[0,\Delta t(m)]\wedge\forall t\in[t_{z-1},\,t_z] \end{cases} \tag{16}$$

при всех z , для которых $R(t_z)=R_2$. Здесь $\Delta t(m)$ – определяется условиями, аналогичными для $\forall t\in[t_{z-1},\,t_z]$, (кроме пункта б), имеющего вид:

$$б)\ R(m,\tau-\Delta t(m))=R_2\ \ \forall\exists\, t_k\in\{t_j\}_{j=\overline{1,(z-1)}}\ t_k=t-M\Delta t(m)$$

Интерполяционные отсчеты поля из (6) связаны с (16) следующими соотношениями

$$\begin{cases} Q(m,\tau)=\dfrac{S^*(t_z)-S^*(t_{z-1})}{\Delta t_{z-1}}(t-t_{z-1})+S^*(t_{z-1}) \\ Q(m,\tau-\Delta t(m))=\dfrac{S^*(t_{k(t)})-S^*(t_{k(t)-1})}{\Delta t_{k(t)-1}}(t-M\Delta t(m)-t_{k(t)-1})+S^*(t_{k(t)-1}), \\ k(t)=1,2,\ldots, \end{cases} \tag{17}$$

где $k(t)$ – целочисленная вещественная функция t , задающая моменты $t_{k(t)}$, выбираемые, в свою очередь, согласно пп. а) и б) при $\forall t\in[t_{z-1},\,t_z]$ из условия

$$R(t_{k(t)})=R_2\wedge(t-M\Delta t(m))\in[t_{k(t)-1},\,t_{k(t)}]. \tag{18}$$

В отличие от интерполятора нулевого порядка последовательность существенных координат данной модели состоит только из координат II рода $(\{t_k\}_z=\{t_i'\}_I)$.

2. <u>Сжатие данных и алгоритмы адаптивной двумерной дискретизации</u>. Под сжатием данных измерений параметрических полей (I) будем понимать [2] их адаптивное представление (временную дискретизацию) в $\mathcal{D}$ с заданной погрешностью равномерного приближения (апертурой сжатия) $\mathcal{E}_o$ классом моделей (5), т.е.

$$\mathcal{E}_o \geq \|\{\mathcal{E}(m,\tau)\}\|_{\mathcal{D}} = \sup_{\mathcal{D}} |\{\delta(m,\tau) - q(m,\tau)\}| \tag{I9}$$

С помощью минимального числа $(I+\mathfrak{Z})N_{\delta um}$, необходимых для однозначного восстановления поля по сжатым данным с погрешностью $\mathcal{E}_o$.

Из ограничений технического характера, налагаемых на процедуру адаптивной дискретизации, выделим наиболее важные. Процедура должна реализовываться : в темпе эксперимента; с запоминанием минимального числа данных; с помощью минимального количества достаточно простых операций, приходящихся на один отсчет поля; с учётом возможности однозначного и несложного восстановления поля по сжатым данным. Покажем, что предложенные модели в достаточной мере удовлетворяют вышеперечисленным требованиям и ограничениям.

Предварительно сформулируем согласно (I9) правила адаптивной выборки существенных координат моделей (I5) (пункт а) и (I6) (пункт б) для двух фаз интерполяции - R_1 , R_2 .

I. Если для текущего t неравенство

$$\mathcal{E}_o \geq \sup_{0 \leq \Delta\tau(m) < \Delta t(m)} |\{\delta(m,\tau-\Delta\tau(m)) - q_1(m,\tau-\Delta\tau(m))\}| \tag{20}$$

где с учётом (3), (I5) + (I7)

а) $$q_1(m,\tau-\Delta\tau(m)) = \delta^*(t) \tag{2I}$$

б) $$q_1(m,\tau-\Delta\tau(m)) = \delta^*(t) + \frac{\Delta\tau(m)}{\Delta t(m)}[q(m,\tau-\Delta t(m)) - \delta^*(t)], \tag{22}$$

не выполняется, то в момент

а) $$t_{\mathfrak{z}} = t - M - 1, \tag{23}$$

б) $$t_{\mathfrak{z}} = t - M \tag{24}$$

фиксируется существенная координата модели с фазой $R(t_z)=R_1$.

2. Если для текущего t с учётом (3) неравенство

$$\begin{aligned}&\mathcal{E}_0 \geq \sup |\{t(m',\tau'-\Delta\tau(m'))-q(m',\tau'-\Delta\tau(m'))\}| \\ &0 \leq \Delta\tau(m') < \Delta t(m') \\ &t_z < t' \leq t-M\end{aligned} \tag{25}$$

не выполняется, то в момент

$$t_{z+1} = t-M-1 \tag{26}$$

фиксируется существенная координата II рода с $R(t_{z+1})=R_2$.

Рассмотрим в аналогичном порядке общие принципы реализации этих правил в виде алгоритмов сжатия данных, основанных, например, на нелинейных двумерных преобразованиях [3] + [5] исходного изображения поля.

I) Если при $t > t_{z-1}+M\ (R(t_{z-1})=R_2)$ для $S(t)$ из (I) выполняются неравенства

а) $$\rho(t)=\rho_1(t)-\rho_2(t)=\max\{S(t),\delta_1(m)\}-\min\{S(t),\delta_2(m)\} \leq 2\mathcal{E}_0, \tag{27}$$

б) $$\rho(t)\begin{cases} F_1[S(t)]-\rho_1(t)=F_1[S(t)]\max\{F_1[S_1(t)],\delta_1(m)\} \geq 0 \\ F_1[S(t)]-\rho_2(t)=F_1[S(t)]-\min\{F_1[S_2(t)],\delta_2(m)\} \leq 0, \end{cases} \tag{28}$$

где

а) $$\begin{cases} \delta_1(m)=\sup\limits_{0<\Delta\tau(m)<\Delta t(m)}[S(m,\tau-\Delta\tau(m))] \\ \delta_2(m)=\inf\limits_{0<\Delta\tau(m)<\Delta t(m)}[S(m,\tau-\Delta\tau(m))] \end{cases} \tag{29}$$

б) $$\begin{cases} F_1[S(t)]=\dfrac{S(t)-q(m,\tau-\Delta t(m))}{\Delta t(m)} \\ F_1[S_i(t)]=\dfrac{S_i(t)-q(m,\tau-\Delta t(m))}{\Delta t(m)} \\ i=1,2 \end{cases} \tag{30}$$

$$\begin{cases} \delta_1(t) = \delta(t) - \varepsilon_0 \\ \delta_2(t) = \delta(t) + \varepsilon_0 \end{cases} \tag{31}$$

$$\begin{cases} d_1(m) = \sup\limits_{0<\Delta\tau(m)<\Delta t(m)} \left[\dfrac{\delta(m,\tau-\Delta\tau(m)) - \varepsilon_0 - q(m,\tau-\Delta t(m))}{\Delta\tau(m)} \right] \\ d_2(m) = \inf\limits_{0<\Delta\tau(m)<\Delta t(m)} \left[\dfrac{\delta(m,\tau-\Delta\tau(m)) + \varepsilon_0 - q(m,\tau-\Delta t(m))}{\Delta\tau(m)} \right], \end{cases} \tag{32}$$

а $q(m,\tau-\Delta t(m))$ определяется из (I7), то принимается, что $\Delta t(m)=\Delta t(m)+1$ и, следовательно, $d_1(m)=\rho_1(t)$; $d_2(m)=\rho_2(t)$ Затем (27) или (28) проверяются для отсчета $\delta(t+1)$ и т.д. В случае нарушения (27) или (28) фиксируется с датой (23) или (24) и фазой $R(t_z)=R_1$ существенная координата I рода (для модели (I5) или II рода (для модели (I6) , где

б) $\delta^*(t_z) = \delta(t_z)$ (33)

2) Если для $t > t_z + M$ выполняются неравенства

а) $$\rho(t-M) = \rho_1(t-M) - \rho_2(t-M) = \\ = \max\{\rho_1(t-M-1), d_1(m)\} - \min\{\rho_2(t-M-1), d_2(m)\} \leq 2\varepsilon_0, \tag{34}$$

$$\rho(t-M) = \begin{cases} F_2[\delta(t-M)] - \rho_1(t-M) = F_2[\delta(t-M)] - \max\{F_2[\hat{\delta}_1(t-M)], \\ \qquad \rho_1(t-M-1)\} \geq 0 \\ F_2[\delta(t-M)] - \rho_2(t-M) = F_2[\delta(t-M)] - \min\{F_2[\hat{\delta}_2(t-M)], \\ \qquad \rho_2(t-M-1)\} \leq 0, \end{cases} \tag{35}$$

где: а)
$$\begin{cases} \rho_1(t-M-1)=\sup\limits_{t_z<t'<t-M}[\delta_1(m')] \\ \rho_2(t-M-1)=\inf\limits_{t_z<t'<t-M}[\delta_2(m')] \end{cases} \tag{36}$$

б)
$$\begin{cases} F_2[S(t-M)]=\dfrac{S(t-M)-S(t_z)}{t-M-t_z} \\ F_2[\hat{S}_i(t-M)=\dfrac{\hat{S}_i(t-M)-S(t_z)}{t-M-t_z} \\ i=1,2 \end{cases} \tag{37}$$

$$\begin{cases} \rho_1(t-M-1)=\sup\limits_{t_z<t'<t-M}\left[\dfrac{\hat{S}_1(t')-S(t_z)}{(t'-t_z)}\right] \\ \rho_2(t-M-1)=\inf\limits_{t_z<t'<t-M}\left[\dfrac{\hat{S}_2(t')-S(t_z)}{(t'-t_z)}\right] \end{cases} \tag{38}$$

$$\begin{cases} \hat{S}_i(t^*)=\hat{S}_i(m^*)=[\Delta t(m^*)-1]\delta_i(m^*)+Q(m^*;\tau-\Delta t(m^*)) \\ i=1,2;\ t^*=t',\ (t-M), \end{cases} \tag{39}$$

то принимается, что $\Delta t(m)=2$

Одновременно производятся присвоения

а) $\delta_1(m)=\delta_2(m)=S(t)$; (40)

б) $\begin{cases} \delta_1(m)=S(t)-\varepsilon_0, \\ \delta_2(m)=S(t)+\varepsilon_0. \end{cases}$ (4I)

Затем (34) или (35) проверяются для момента $t+1$ и т.д.

В случае нарушения одного из вышеуказанных неравенств фиксируется с датой (26) координата II рода $(R(t_{z+1})=R_2)$, где [5]

$$\text{а) } \delta^*(t_{z+1})=\hat{\delta}(t_{z+1})=0{,}5[\rho_1(t-M-1)+\rho_2(t-M-1)]; \quad (42)$$

$$\text{б) } \delta^*(t_{z+1})=\delta(t_{z+1}). \quad (43)$$

3) Если для момента $t=t_{z+1}+M+1$ неравенства (27) или (28) не выполняются, то дальнейшая стратегия алгоритма строится по пункту 2. В этой ситуации очередная существенная координата с датой t_{z+2} будет иметь фазу $R(t_{z+2})=R_2$. В случае же удовлетворения (27) или (28) выполняется пункт I.

В качестве иллюстрации приведем основные информационные и операционные характеристики алгоритма двумерной адаптивной дискретизации поля моделью (I5) :

а) требуемый объём рабочей памяти $\sim$ 2M x $N_{\text{оит}}$;

б) временная задержка формирования существенных координат – $-(M+1)$;

в) максимальное количество коротких операций одноадресной ЭВМ на один отсчет поля $\sim$ 80.

3. Заключение. Предложенный подход позволяет в конечном итоге получить дополнительный эффект сжатия за счет наличия пространственно-временных зависимостей в дискретизируемых параметрических полях. При отсутствии межэлементных или межстрочных зависимостей в (I) алгоритмы двумерной адаптивной дискретизации вырождаются в соответствующие одномерные.

Л И Т Е Р А Т У Р А

I. Надь Д. Цифровая обработка изображений, полученных при дистанционном исследовании природных ресурсов. ТИИЭР, 1972, № 10.

2. Виттих В.А., Ямович А.А. Сжатие данных при экспериментальных исследованиях природных ресурсов Земли. Материалы III Всесоюзного симпозиума по теории информационных систем и систем управления с распределенными параметрами, Уфа, 1976.

3. Виттих В.А., Сергеев В.В., Ямович А.А. Методы пространствен-

но-временной дискретизации параметрических полей. Материалы Всесоюзной научно-технической конференции "ИИС-75", Кишинев, 1975.

4. Виттих В.А., Сергеев В.В., Ямович А.А. Сжатие данных при экспериментальных исследованиях параметрических полей. Материалы Всесоюзного научно-технического совещания по принципам построения систем автоматизации научных исследований, М., 1975.

5. Виттих В.А., Сабило В.П., Сергеев В.В., Ямович А.А. Сокращение избыточности измерительной информации при экспериментальных исследованиях параметрических полей. Материалы VI Всесоюзной конференции по теории кодирования и передачи информации, Томск, 1975.

УДК 621.397

В.В.Сергеев

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ АДАПТИВНОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПРИ СЖАТИИ ДВУМЕРНЫХ СИГНАЛОВ

Методы адаптивной дискретизации являются удобным инструментом сокращения избыточности (сжатия) инмерительной информации I Они применимы и при обработке двумерных сигналов - изображений. Однако эти методы обладают одним существенным недостатком : устраняя избыточность по какому-либо одному направлению в плоскости изображения (например, при телевизионной развертке - по строке), они не дают возможности использовать для сжатия статистические зависимости данных в других направлениях (между строками), хотя можно предположить, что учет двумерного характера корреляционной функции изображения способен повысить эффективность устройства сжатия.

В этой связи представляется полезным до адаптивной дискретизации подвергнуть двумерный сигнал некоторым преобразованиям для того, чтобы, используя имеющиеся статистические зависимости, сделать его более "удобным" для последующего использования "одномерных" методов адаптивной дискретизации. Рассмотрим один из вариантов решения этой задачи.

Пусть изображение представлено в виде прямоугольной сетки своих отсчетов $S(m,n)$, где $m=\overline{1,M}$ - номер (позиция) эле-