2. Ю р у х и н Б. Н., А с т а х о в Э. И., Е в т е е в Ю. И. Фотоэлектронный дискретный гармонический анализатор, Авторское свидетельство № 270271, Бюллетень изобретений № 16, 1970.

3. Д р о з д о в Е. А., П я т и б р а т о в А. П. Автоматическое преобразование и кодирование информации, М., изд. «Советское радио», 1964.

4. Г и г и с Э. И Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств, М., изд. «Энергия», 1970.

5. Р ы ж о в В. И. Устройства преобразования величин в коды и кодов в непрерывные величины. «Автоматическое управление и вычислительная техника». Труды совещания под редакцией В. В. Солодовникова, М., Машгиз,, 1958.

6. К р у г Е. К., Д и л и г е н с к и й С. Н. Принципы построения одноканальных цифровых регуляторов, М., «Советское радио», 1969.

Т. А. Бойкова

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПО СИСТЕМЕ ФУНКЦИЙ ХААРА

Рассматривается ортогональный метод идентификации объектов автоматического управления по системе функций Хаара.

Для определения импульсной переходной функции $k(t)$ используем ортонормированную систему Хаара, состоящую из кусочно-постоянных функций. Система функций определена на интервале ортогональности $(0, \infty)$ следующим образом [1]:

$$\gamma_1(t) = \gamma_0^{(0)}(t) = 1,$$

$$\gamma_i(t) = \gamma_m^{(k)}(t) = \begin{cases} \sqrt{2^m} \text{ при } \left(-\frac{1}{M} \ln \frac{k-\frac{1}{2}}{2^m}\right) < t \leqslant \left(-\frac{1}{M} \ln \frac{k-1}{2^m}\right), \\ -\sqrt{2^m} \text{ при } \left(-\frac{1}{M} \ln \frac{k}{2^m}\right) < t \leqslant \left(-\frac{1}{M} \ln \frac{k-\frac{1}{2}}{2^m}\right), \\ 0 \text{ при } t \notin \left(-\frac{1}{M} \ln \frac{k}{2^m};\ -\frac{1}{M} \ln \frac{k-1}{2^m}\right]. \end{cases} \tag{1}$$

Пусть имеется объект автоматического управления, для которого известны входной $y(t)$ и выходной $x(t)$ произвольно действующие сигналы. Предполагая, что свободная составляющая выходного сигнала исключена, запишем

$$Y(s) = W(s)\,\Phi(s), \tag{2}$$

$$Y(s) = \int_0^\infty e^{-st}\, y(t)\,\delta(t)\,dt, \tag{3}$$

$$W(s) = \int_0^\infty e^{-st}\, k(t)\,\delta(t)\,dt, \tag{4}$$

$$\Phi(s) = \int_0^\infty e^{-st} x(t) \delta(t) dt, \tag{5}$$

где $\delta(t) = e^{-Mt}$, M — постоянная величина.

Предположим, что искомая функция $\kappa(t)$ интегрируема на любом конечном отрезке [0, T] и $\kappa(t) \in L_2(\delta(t);\ 0,\ \infty)$, то есть

$$\int_0^\infty \delta(t) \left| k(t) \right|^2 dt < \infty, \tag{6}$$

причем

$$\int_0^\infty \delta(t) dt < \infty. \tag{7}$$

Рассмотрим передаточную функцию $W(s)$ (4) как моментную функцию оригинала $\kappa(t)$. Полагая $s=0,\ 1,\ 2...$, получаем «взвешенные» моменты μ_s функции $\kappa(t)$ с весом $\delta(t)$ в виде

$$\mu_s = \int_0^\infty \delta(t)\, e^{-st} k(t) dt. \tag{8}$$

Таким образом, решение задачи свелось к нахождению по заданным моментам $\{\mu_s\}$ ортогонального (обобщенного) спектра $\{c_i\}$ для функции

$$k(t) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \lambda_i(t), \tag{9}$$

где $\{\chi_i\}$ — ортонормированная система функций Хаара.

Определим моменты импульсной переходной функции. Для этого запишем n—ю производную для преобразования Лапласа (4)

$$\frac{d^n W(s)}{ds^n} = \int_0^\infty (-1)^n t^n k(t) \delta(t) e^{-st} dt. \tag{10}$$

В точке $s=0$ получим

$$\left. \frac{d^n W(s)}{ds^n} \right|_{s=0} = (-1)^n \int_0^\infty t^n k(t) \delta(t) dt = (-1)^n \mu_n \tag{11}$$

Возвратимся к уравнению (2). Учитывая (11) и дифференцируя (2), получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
&\beta_0 \mu_0 = \alpha_0, \\
&\beta_1 \mu_0 + \mu_1 \beta_0 = \alpha_1 \\
&\beta_2 \mu_0 + 2\mu_1 \beta_1 + \mu_2 \beta_0 = \alpha_2, \\
&\beta_3 \mu_0 + 3\mu_1 \beta_2 + 3\mu_2 \beta_1 + \mu_3 \beta_0 = \alpha_3, \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned} \tag{12}$$

где
$$\alpha_n = \int_0^\infty t^n y(t)\delta(t)\,dt,$$
$$\beta_n = \int_0^\infty t^n x(t)\delta(t)\,dt \tag{13}$$

— моменты входного и выходного сигналов.

Откуда находим моменты импульсной переходной функции

$$\mu_0 = \frac{\alpha_0}{\beta_0},\quad \mu_1 = \frac{\alpha_1 - \beta_1\mu_0}{\beta_0},\quad \mu_2 = \frac{\alpha_2 - \mu_0\beta_2 - 2\mu_1\beta_1}{\beta_0},$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \tag{14}$$
$$\mu_n = \frac{\left[\frac{\alpha_n}{n!} - \sum_{j=0}^{n-1} \frac{\mu_j \beta_{n-j}}{j!\,(n-j)!}\right] n!}{\beta_0}.$$

Обратимся теперь непосредственно к вычислению ортогонального спектра $\{c_i\}$, где

$$c_i = \int_0^\infty k(t)\delta(t)\chi_i(t)\,dt. \tag{15}$$

Разложим в ряд Фурье—Хаара функцию e^{-st}. Имеем

$$e^{-st} = \sum_{i=0}^\infty \Lambda_i(s)\chi_i(t), \tag{16}$$

где
$$\Lambda_i(s) = \int_0^\infty e^{-st}\delta(t)\chi_i(t)\,dt. \tag{17}$$

Последнее уравнение имеет место для любого s с $R_e s \geq 0$. Преобразуем выражение (4) с учетом равенств (9), (16)

$$W(s) = \int_0^\infty e^{-st} k(t)\delta(t)\,dt = \sum_{i=0}^\infty c_i \Lambda_i(s). \tag{18}$$

Придавая комплексной переменной s последовательно значения $s=0, 1, 2,\dots$, строим систему алгебраических уравнений

$$\mu_s = \sum_{i=0}^\infty c_i \Lambda_i(s) \tag{19}$$

относительно $\{c_i\}$. Затем по ортогональному спектру $\{c_i\}$, используя выражение (9), находим искомую импульсную переходную функцию $k(t)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бойков А. Д., Бойкова Т. А. Обращение преобразования Лапласа с помощью функций Хаара. Труды Ульяновского политехнического института, т. 8, вып. 3. Ульяновск, «Приборостроение», 1972.