

Л и т е р а т у р а

1. Материалы XXV съезда КПСС. - М.: Политиздат, 1976.
2. Постановление СМ СССР от 26/УШ-1977 "О распространении на вычислительные (информационно-вычислительные) центры действия "Положения" о социалистическом государственном производственном предприятии".
3. Кустовые вычислительные центры. /Под ред. Максименко В.И., Кузьмина И.В. - М.: Статистика, 1978.
4. Хозяйственный расчет и эффективность производства. / Под ред. Бунича П.Г. - М.: Наука, 1978.

УДК 519.24

В.Г.Л ю б и м к и н

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ КАНАЛОВ С ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ ДАТЧИКАМИ

В процессе проектирования и анализа измерительных каналов и датчиков часто встает вопрос о разделении аддитивной и мультипликативной составляющих погрешности. Существующие методы разделения составляющих не позволяют добиться полной независимости погрешностей.

Разработка средств компенсации погрешности преобразователей возможна только в случае известной и стабильной зависимости ее от мешающих факторов. Исследование влияния мешающих факторов на погрешность преобразования возможно лишь при выделении независимых оценок аддитивной и мультипликативной составляющих погрешности. Наличие шума измерений в экспериментальных данных усложняет обработку для получения оценок погрешностей.

В статье предлагается методика получения значения оценки аддитивной составляющей погрешности измерительных каналов с дифференциальными датчиками, ориентированная на машинную обработку экспериментальных данных. Наиболее эффективно применение ее в автоматизированных системах испытания измерительных каналов.

Под аддитивной составляющей принято понимать $[I]$ погрешность

преобразователя при нулевом входном сигнале. Функция преобразования в этом случае без учета нелинейных членов запишется в виде

$$Y = Sx + B, \quad (1)$$

где S - чувствительность преобразования;
 B - начальное значение выходного сигнала при $x = 0$;
 x - входной сигнал.

Предполагается, что в точке $x = 0$ аддитивная и мультипликативная составляющие погрешности преобразователя независимы. В реальных дифференциальных датчиках разделение составляющих производится не в точке $x = 0$, а в точке равенства плеч датчика или равновесной точке, например, для дифференциальных индуктивных датчиков давления - в точке пересечения S -образной градуировочной характеристики с осью x . Часто для улучшения линейности функции преобразования равновесную точку смещают к середине рабочего диапазона. Поэтому использование формулы (1) для получения оценок составляющих погрешности преобразователя дает искаженные результаты. При анализе измерительных каналов с дифференциальными датчиками в статье предлагается использовать функцию преобразования в виде

$$Y = S(x - x_0) + \alpha_0, \quad (2)$$

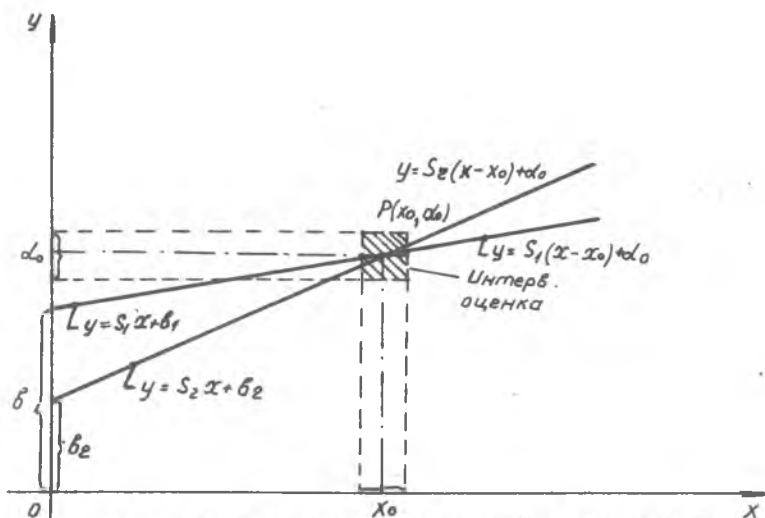
где x_0, α_0 - координаты равновесной точки $P(x_0, \alpha_0)$ (рис. 1).

Неточное смещение равновесной точки в середину рабочего диапазона может вносить дополнительные погрешности измерения, а оценки аддитивной и мультипликативной составляющих погрешности измерительного канала становятся зависимыми.

Оценивание аддитивной составляющей погрешности осуществляется по перемещению равновесной точки $P(x_0, \alpha_0)$. Для оценки положения $P(x_0, \alpha_0)$ предлагаются мультипликативные тесты, т.е. тесты, изменяющие только чувствительность преобразования измерительного канала. При проведении K таких тестов будет получено K градуировочных характеристик:

$$y_j = \alpha_{1j}(x - x_{0j}) + \alpha_{0j} \quad \forall j \in [1, K], \quad (3)$$

пересекающихся в одной точке $P(x_0, \alpha_0)$. В зависимости от различных влияющих факторов перемещение равновесной точки определяет свойства аддитивной погрешности датчика.



Р и с. I. Пространственное положение равновесной точки

В реальных условиях, когда измерения содержат шум, непосредственное использование экспериментальных данных для определения $P(x_0, \alpha_0)$ из выражения (3) затруднено, поэтому приходится применять специальные методы обработки экспериментальных данных.

Будем считать, что измерения, производимые в процессе испытаний тракта с дифференциальным датчиком, содержат аддитивный гауссовский шум с нулевым средним и конечной дисперсией. Модель измерения запишется так:

$$y = y^* + \varepsilon_y,$$

где y^* - истинное значение измеряемой величины;
 ε_y - шум измерения $M[\varepsilon_y] = 0$ и $D[\varepsilon_y] = \sigma_y^2$.

В процессе испытаний для различных тестов измеряется K градуировочных характеристик в N контролируемых точках. Необходимо отметить, что измерения производятся в окрестности точки пересечения. Это дает право говорить о линейной связи y и x , так как характеристики дифференциальных датчиков имеют перегиб в точке равенства плеч. Предположение о существовании единственной

точки пересечения прямых (3) сводится к проверке статистической гипотезы о равенстве соответствующих коэффициентов x_0 и α_0 для всех прямых, так как x_0 и α_0 неизвестны, гипотеза приводится к виду

$$H: \frac{(\alpha_{01} - \bar{\alpha}_0)}{(\alpha_{11} - \bar{\alpha}_1)} = \dots = \frac{(\alpha_{0k} - \bar{\alpha}_0)}{(\alpha_{1k} - \bar{\alpha}_1)} = const.$$

H - нелинейная гипотеза, поэтому применение общей теории регрессии невозможно [2].

Для решения поставленной задачи предлагается разбить ее на две независимые, используя преобразование экспериментальных данных. Смещение собранных данных параллельно оси y на величину α_0 позволит исключить неизвестный параметр α_0 из экспериментальных данных, не определяя значение оценки α_0 . В этом случае оценка x_0 не будет зависеть от α_0 . Преобразование заключается в получении нового набора пар данных $\{Z, Z\}_{L, N}$, описывающих разностные прямые, полученные при вычитании двух различных характеристик:

$$\begin{aligned} Z_{ji} &= y_{pi} - y_{qi} & \forall p \neq q \in [1, K] & \text{ и} \\ Z_{ji} &= x_i & \forall i \in [1, N], & \end{aligned} \quad (4)$$

где $j \in [1, L]$, а $L = K(K-1)/2$.

Точка пересечения разностных прямых имеет координаты $(x_0, 0)$. В этом случае приведенный ко входу шум будет являться шумом измерения. Модель для выражений (4) запишется в виде

$$Z = Z^* + \varepsilon, \quad (5)$$

где Z^* - истинное значение;

ε - нормальный аддитивный шум с $M[\varepsilon] = 0$ и $D[\varepsilon] = \sigma^2$.
Используя равенство (5), построим линейную модель регрессии:

$$Z_i = \gamma_{ij} Z_{ji} + \gamma_{0j} + \varepsilon_i \quad \forall j \in [1, L], \quad \forall i \in [1, N]. \quad (6)$$

Необходимо проверить гипотезу о пересечении всех L разностных прямых в одной точке с координатой $(Z = 0)$. Гипотеза запишется следующим образом:

$$H_1: \gamma_{01} = \gamma_{02} = \dots = \gamma_{0L} = x_0. \quad (7)$$

Задача проверки гипотезы H_1 с использованием метода наименьших квадратов (МНК) в общем случае описана в литературе [2]. Применительно к модели (5), (6) решение запишется в виде

$$x_0' = \frac{\left[L z_0 - \frac{\gamma_{10} \sum z_i \gamma_{1i}}{\sum \gamma_{1i}^2} - \dots - \frac{\gamma_{L0} \sum z_i \gamma_{Li}}{\sum \gamma_{Li}^2} \right]}{\left[M - \frac{\gamma_{10}^2}{\sum \gamma_{1i}^2} - \dots - \frac{\gamma_{L0}^2}{\sum \gamma_{Li}^2} \right]}, \quad (8)$$

$$\gamma_{1e}' = \frac{\sum (z_i - x_0') \gamma_{1e}}{\sum \gamma_{1e}^2}, \quad \forall e \in [1, L], \quad (9)$$

где $z_0 = \sum_{i=1}^N z_i$, $\gamma_{1e} = \sum_{i=1}^N \gamma_{1e}$, $\forall e \in [1, L]$, $M = N(K-1)K/2$.

F статистика для проверки гипотезы H_1 (7) будет

$$F_{H_1} = \frac{(RSS_{H_1} - RSS)/(L-1)}{RSS/(M-2L)}, \quad (10)$$

где $RSS_{H_1} = \sum_{e=1}^L \sum_{i=1}^N (z_i - \gamma_{1e}' \gamma_{1e} - x_0')^2$.

Степень свободы числителя $\nu_1 = L-1$, знаменателя $\nu_2 = M-2L$, а

$$RSS = \sum_{e=1}^L \sum_{i=1}^N (z_i - \hat{\gamma}_{1e} \gamma_{1e} - \hat{\gamma}_{0e})^2,$$

где $\hat{\gamma}_{0e}$ - оценки МНК, найденные для каждой разностной прямой $\forall e \in [1, L]$.

Если рассчитанное значение статистики F_{H_1} будет больше $F_{кр}^\alpha$, то гипотеза H_1 (7) отвергается, в противном случае принимается, т.е. с вероятностью α считается, что все L разностных прямых пересекаются в точке $(x_0, 0)$. Принятие гипотезы H_1 означает, что и K исходных характеристик пересекаются в одной точке с координатами (x_0, α_0) , где x_0 определяется из выражения (8). Интервальная оценка для x_0 определяется по формуле

$$x_0' \pm t_{\nu_1, \alpha} \left\{ \sigma \left[\frac{\text{var}[x_0']}{L(N-2)} \right]^{1/2} \right\}. \quad (11)$$

Оценкой σ^2 является $S^2 = RSS_{H_1}/(NL-2L)$, а

$$\text{var}[x'_0] = \frac{\left[1 - \frac{1}{\sum \eta_{ii}^2} - \dots - \frac{1}{\sum \eta_{ii}^2}\right]}{\left[M - \frac{\eta_0^2}{\sum \eta_{ii}^2} - \dots - \frac{\eta_{k0}^2}{\sum \eta_{ii}^2}\right]}, \quad (12)$$

где $\nu_i = L(N-2)$ - степень свободы t статистики.

Для получения значения оценки координаты α_0 воспользуемся вышеизложенной методикой. Модель регрессии будет

$$Y_{r_i} = \beta_r y_i + \beta_{0r} + \varepsilon_i, \quad \forall r \in [\overline{1}, K], \quad (13)$$

где $y_i = x_i - x'_0$.

Проверим гипотезу о пересечении K исходных градуировочных характеристик в точке $x = x_0$ или $y = 0$:

$$H_2: \beta_{01} = \beta_{02} = \dots = \beta_{0K} = \alpha_0.$$

Для проверки гипотезы H_2 воспользуемся общим решением задачи сравнения прямых, изложенной в работе [2]. Учитывая, что измерения градуировочных характеристик проводятся в точках y_i , не зависящих от индекса r , после упрощений выражения (8) получим оценку:

$$\alpha'_0 = \bar{Y}_{00} - \bar{y}_0 \frac{\sum \hat{\beta}_r}{K}, \quad (14)$$

$$\text{где } \bar{Y}_{00} = \sum_{r=1}^K \sum_{i=1}^N Y_{r_i} / (NK);$$

$$\bar{y}_0 = \sum_{i=1}^N y_i / N;$$

$\hat{\beta}_r$ - МНК оценки чувствительности преобразования для r -го теста.

Интервальная оценка α'_0 запишется в виде

$$\alpha'_0 \pm t_{\nu_1} \cdot \alpha \left\{ S \left[\frac{\sum y_i^2}{NK (\sum (y_i - \bar{y})^2)} \right]^{1/2} \right\}, \quad (15)$$

где $\nu_1 = N(K-2)$;

$$S = \text{RSS}_{H_2} / (K(N-2));$$

$$\text{RSS}_{H_2} = \sum_{r=1}^K \sum_{i=1}^N (y_{r_i} - \hat{\beta}_r y_i - \alpha'_0)^2.$$

Если гипотеза будет отвергнута, то необходимо проверить наличие неучтенных влияющих факторов и устранить их влияние. В противном случае провести эксперименты по изучению источников рассеяния.

Описанная выше методика была применена для определения равновесной точки дифференциальных индуктивных датчиков давления, работающих в импульсной измерительной схеме. Функциональная схема измерительного преобразователя представлена на рис. 2. Уравнение преобразования схемы запишется [3] в виде

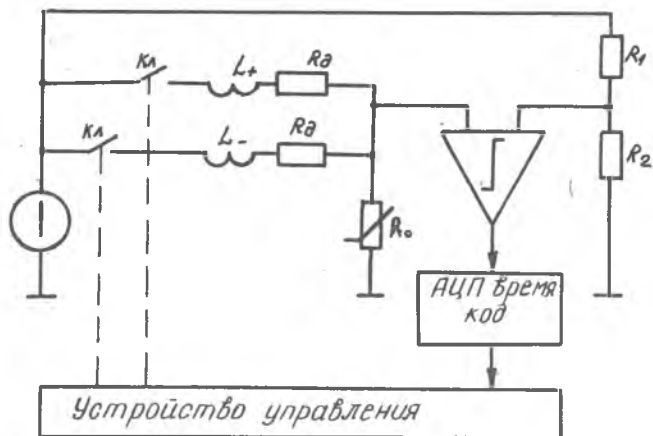
$$\Delta t = \frac{(L_+ - L_-)}{R_o + R_g} \ln \left(1 - \frac{U_{cp}}{E} \frac{(R_o + R_g)}{R_o} \right),$$

где R_g - омическое сопротивление датчика;

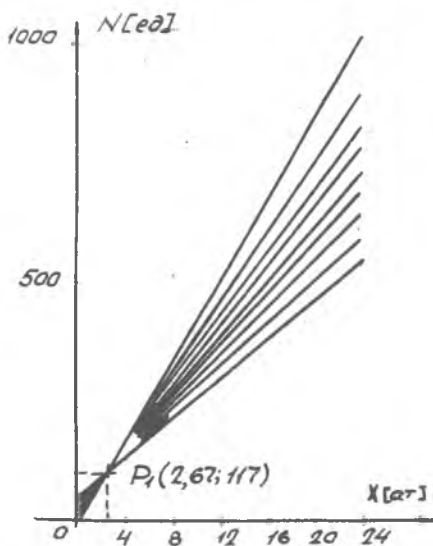
U_{cp} - уровень напряжения, с которым сравнивается экспонента.

Проводилось экспериментальное исследование зависимости положения равновесной точки от температуры. Для этого при различных температурах определялось положение равновесной точки $P(x_o, \alpha_o)$. В качестве мультипликативного теста использовалось изменение R_o , что приводило к изменению чувствительности преобразования. На рис. 3 представлены градуировочные характеристики для различных мультипликативных тестов. Оценивалось смещение $P(x_o, \alpha_o)$ параллельно координатным осям X и Y . Результаты испытания четырех датчиков представлены в таблице.

Величина	Д а т ч и к и			
	1	2	3	4
Диапазон измер. Давления	0-24	0-24	0-24	0-24
Координаты $P(x_o, \alpha_o)$ при $\theta = 24^\circ\text{C}$	2.65, 4	12.3, -10	11.66, 0	12.44, 19
Координаты $P(x_o, \alpha_o)$ при $\theta = 160^\circ\text{C}$	2.78, 10	11.76, -11	11.67, 19	12.46, 32
Аддитивная погрешность	0,73%	-0,081%	1,3%	2,18%



Р и с. 2. Блок-схема измерителя



Р и с. 3. Градуировочные характеристики мультипликативных тестов

В процессе испытаний было выявлено перемещение равновесной точки. Разложение сдвига на ортогональные направления позволило выделить величину неустойчивости механического узла датчика.

Л и т е р а т у р а

1. Проектирование датчиков для измерения механических величин. /Под ред. Е.П.Осадчего. - М.: Машиностроение, 1979.
2. Д ж. С е б е р. Линейный регрессионный анализ. - М.: Мир, 1980.
3. С к о б е л е в О.П. Методы преобразования и устройства сбора измерительной информации. - Куйбышев: КуАИ, 1980.

УДК 681.33.001.57

В.А.Киреев, О.П.Скобелев

ИМИТАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ ПОДСИСТЕМ СБОРА И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

В настоящее время методы моделирования на ЭВМ используются на этапах структурного и параметрического синтеза, а также при анализе функционирования средств измерений в тех или иных условиях. Связано это с тем, что традиционное для измерительной техники физическое моделирование, т.е. создание и испытание макета, является дорогостоящим и долговременным, а результаты испытаний нередко имеют частный характер. В то же время точное вычисление необходимых характеристик аналитическими методами, как правило, затруднительно из-за сложности измерительных устройств [1, 2].

Целесообразность использования имитационного моделирования при анализе и синтезе подсистем сбора и преобразования информации, использующих тестовые переходные процессы (ПС-ТПП), обусловлена, во-первых, трудностями анализа переходного процесса в измерительной цепи, которая содержит распределенные, нелинейные, переменные во времени параметры [3]; во-вторых, необходимость оценки влияния, которое оказывает на процесс преобразования комплекс детерминированных и недетерминированных факторов.