

В. В. Романцев

АЛГОРИТМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ  
И ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ СЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА

При автоматизации экспериментальных исследований возникает задача идентификации случайных сигналов, получаемых на выходах измерительных датчиков и представляющих аддитивную смесь  $y(t)$  детерминированного нелинейного процесса (тренда)  $x(t)$  и случайного (ошибок измерений)  $\eta(t)$  в дискретные моменты времени.

В этом случае задача идентификации сводится к определению модели сигнала (тренда) и оцениванию его параметров. Особенностью экспериментальных данных является их высокая размерность и большая априорная неопределенность процессов, протекающих в исследуемых системах, что затрудняет решение задачи идентификации. Традиционные методы идентификации [2] не обеспечивают необходимой точности решения задачи и, как правило, требуют больших вычислительных затрат.

В работе рассматривается один из возможных подходов к решению задачи идентификации. Предлагается двухэтапная последовательная процедура идентификации и оценивания параметров случайного сигнала при неизвестном законе распределения ошибок измерений. Модель тренда представляется полиномом, степень которого не превосходит заданной величины  $k$ , а случайные ошибки измерений  $\eta(t_i)$  (в дискретные моменты времени  $t_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ ) полагаются независимыми. На первом этапе с использованием рангового метода определяются последовательности измерений, соответствующие периодам монотонного изменения процесса, на втором выделенные последовательности сглаживаются с целью получения оценок  $\hat{x}[t_i]$ . Процедура повторяется до тех пор, пока не будут отработаны все  $N$  выборочных значений  $y[t_i]$ .

Рассмотрим первый этап последовательной процедуры. Будем считать, что выборочные значения  $y[t_i] = y_i$  обрабатываются последовательно группам по  $m$  измерений. Для каждой группы измерений рассмотрим следующие гипотезы изменения процесса  $x[t_i]$ :

- $H_1$  , соответствующая монотонному возрастанию процесса;  
 $H_2$  , соответствующая монотонному убыванию процесса;  
 $H_0$  , соответствующая немонотонному изменению процесса.

Поскольку распределение ошибок измерений неизвестно, в качестве статистических характеристик решающих правил принятия гипотез о типе изменения процесса будем использовать коэффициенты ранговой корреляции Кнедэла [3]:

$$r = \frac{2S}{m(m-1)}, \quad (1)$$

$$S = \sum_{u,v}^m h_{uv},$$

где  $h_{u,v} = \begin{cases} 1, & \text{если } (z_u - z_v)(z'_u - z'_v) > 0; \\ -1, & \text{если } (z_u - z_v)(z'_u - z'_v) < 0, \end{cases}$

$z_u, z'_u, z_v, z'_v$  - ранги из разных последовательностей одной группы измерений с одинаковыми порядковыми номерами  $u$  и  $v$  соответственно.

Тогда, учитывая, что при условии выполнения гипотезы  $H_0$  распределение  $S$  [3] для  $m > 10$  приближается к нормальному с параметром  $\sigma$ , равным

$$\sigma = \frac{1}{18} m(m-1)(2m+5),$$

правила принятия гипотез об изменении процесса  $x(t)$  в течение  $m$  измерений получим в виде

$$H_0: S \in D;$$

$$H_1: S > 0, S \notin D;$$

$$H_2: S < 0, S \notin D, \quad (2)$$

где  $D$  - область значений  $S$   $(-S_{m, \alpha/2}, +S_{m, \alpha/2})$ , при которых принимается гипотеза  $H_0$  с вероятностью ошибки  $\alpha$ ;

$\alpha/2$  - процентная точка распределения  $S$ .

Вычисляя сумму  $S$  (1), проверяя выполнение правил принятия гипотез (2) для каждой группы измерений и затем последовательно об-

единия группы, для которых принята одна и та же гипотеза, получим последовательности измерений, соответствующие монотонному возрастанию, убыванию или немонотонному изменению процесса.

Сглаживание выделенной последовательности измерений осуществляется следующим образом. Пусть длина последовательности равна  $n$  ( $n \gg m$ ). Будем искать сглаженные значения  $\hat{x}[t_i]$  в виде

$$\hat{x}[t_i] = \delta_0 \rho_0 [t_i] + \dots + \delta_\nu \rho_\nu [t_i] + \dots + \delta_\kappa \rho_\kappa [t_i],$$

где  $\rho_\nu [t_i]$  - полином степени  $\nu$ ,  $\nu = \overline{0, \kappa}$ .

Тогда для каждого измерения  $y[t_i]$  справедливо соотношение

$$y_i = P_i^T B + \eta_i, \quad (3)$$

где

$$P_i = \begin{bmatrix} \rho_0 [t_i] \\ \vdots \\ \rho_\nu [t_i] \\ \vdots \\ \rho_\kappa [t_i] \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \delta_0 \\ \vdots \\ \delta_\nu \\ \vdots \\ \delta_\kappa \end{bmatrix},$$

которое дает возможность установить оценки коэффициентов  $\delta_\nu$ ,  $\nu = \overline{0, \kappa}$  по известным величинам  $y_i$ ,  $\rho_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ . В силу независимости ошибок измерений  $\eta[t_i]$  оптимальные оценки  $B$  можно получить, используя метод максимального правдоподобия, согласно которому в качестве  $\hat{B}$  выбирается значение  $B$ , минимизирующее функционал

$$J(B) = \sum_{i=1}^n F(y_i - P_i^T B),$$

где  $F(\cdot) = -\log[f(\cdot)]$ .

Поскольку плотность распределения  $f$  неизвестна, задача определения оценок  $\hat{B}$  в соответствии с теорией стабильного оценивания [5] решается с использованием метода наименьших модулей путем минимизации функционала

$$J(B) = \sum_{i=1}^n |y_i - P_i^T B|. \quad (4)$$

Минимизация (4) может быть осуществлена методами линейного программирования, стохастической аппроксимации или методом вариационно-взвешенных квадратических приближений. Однако существенным недостатком метода стохастической аппроксимации является его пло-

хая сходимости при малых  $n$  ( $n < 20$ ), а метода линейного программирования — трудности его реализации, связанные с большим количеством вычислений и значительным объемом памяти. Использование метода вариационно-взвешенных квадратических приближений для решения рассматриваемой задачи дает наилучший результат [4]. Тогда оценка  $\hat{B}$  определяется методом последовательной регрессии [2] с помощью рекуррентных соотношений:

$$B_{j+1,i} = B_{j+1,i-1} + R_i q_{ij} P_i (y_i - P_i^T B_{j+1,i-1});$$

$$R_i = R_{i-1} - R_{i-1} H_i (1 + H_i^T R_{i-1} H_i)^{-1} H_i^T R_{i-1},$$

$$\text{где } R_i^{-1} = \sum_{\mu=1}^i q_{\mu j} (P_{\mu} P_{\mu}^T), \mu = \overline{1, i}, \mu \leq n;$$

$$H_i = \sqrt{q_{ij}} P_i;$$

$$q_{ij} = |y_i - P_i^T B_j|^{-1};$$

$B_j, j = \overline{1, S}$ , — есть последовательность векторов, минимизирующих функционал

$$Q(B, Z) = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - P_i^T B)^2}{|y_i - P_i^T Z|}.$$

Для сходимости итерационного процесса за  $n$  шагов в качестве начальных оценок  $B_{j,1}, R_1$  принимаем

$$B_{j,1} = 0, R_1 = \frac{1}{\epsilon} I,$$

где  $I$  — единичная матрица размера  $n \times n$ .

При достаточно больших  $n$  ( $n \gg 20$ ) процедура оценивания может быть построена на основе метода стохастической аппроксимации [5].

С целью повышения точности оценивания после проведения первого этапа процедуры целесообразно уточнить степень полиномиальной модели тренда методом переменных разностей [1].

В случае незначительного отличия закона распределения ошибок измерений от нормального и надежном определении последовательности измерений, соответствующих периодам монотонного измерения процесса, второй этап процедуры может быть упрощен. Соотношение (3) в матричной форме запишется в виде

$$Y = PB + H,$$

(5)

где  $H$  - вектор-столбец случайных ошибок измерений. Соотношение (5) является уравнением линейной регрессии, для которого справедливы выражения для оценок по методу наименьших квадратов.

Рассмотренный алгоритм последовательной идентификации и оценивания параметров случайного сигнала, построенный на основе двухэтапной процедуры, является инвариантным к распределению ошибок измерений и позволяет упростить реализацию задачи обработки измерительной информации в системах автоматизации экспериментальных исследований.

#### Л и т е р а т у р а

1. А н д е р с е н Т. Статистический анализ временных рядов. - М.: Мир, 1976.
2. Г р о п Д. Методы идентификации систем. - М.: Мир, 1979.
3. К е н д э л М. Ранговые корреляции. - М.: Мир, 1975.
4. М у д р о в В.И., К у ш к о В.Л. Методы обработки измерений. - М.: Советское радио, 1976.
5. П о л я к Б.Т., Ц ы п к и н Я.З. Адаптивные алгоритмы оценивания. - Автоматика и телемеханика, 1979, № 3, с. 71-84.

УДК 681.325.5

Л.А.Бобина, Э.П.Макаров

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНО-УПРАВЛЯЕМЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ  
СРЕДСТВ ДЛЯ АГРЕГАТНЫХ АСНИ

В настоящее время в научных экспериментах, лабораторных и промышленных испытаниях широкое применение нашли агрегатные автоматизированные системы научных исследований (АСНИ) [1]. Такие системы строятся из набора программно-управляемых функциональных