

1. Стратонович Р.Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М., "Советское радио", 1961.
2. Крамер Г. Математические методы статистики. М., "Мир", 1975.

Я.Е. Тахтаров, А.Г. Храмов

АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ
ДЛЯ ДВУМЕРНЫХ МАССИВОВ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Для решения широкого круга задач цифровой фильтрации изображений, цифрового анализа и синтеза голограмм возникает проблема вычисления двумерных спектров большой размерности. Размерность двумерных массивов определяется количеством отсчетов на изображении или голограмм и достигает величины порядка $10^5 \times 10^5$. Ограниченный объем оперативной памяти большинства современных ЭВМ (например, 128 К байт для ЭВМ М-4030) дает возможность работать лишь с небольшими фрагментами изображения или голограммы ($\sim 100 \times 100$ отсчетов). Эффективность работы многих алгоритмов обработки двумерных массивов определяется оптимальностью выбора структуры разложения данных на внешних запоминающих устройствах ЭВМ, способа кодировки комплексных чисел и метода доступа к информации на внешнем носителе [1].

Для реализации алгоритма двумерного быстрого преобразования Фурье в качестве внешнего носителя информации были выбраны магнитные диски, что позволило обеспечить прямой доступ к данным.

Двумерное дискретное преобразование Фурье (двумерное ДПФ) размерности $N \times N$ вычисляется по формуле

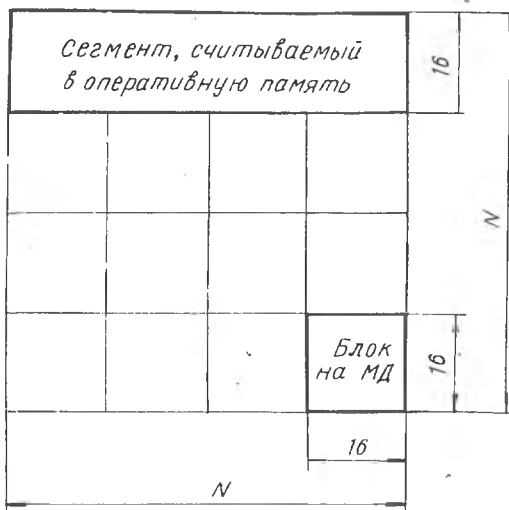
$$v(m, n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{\ell=0}^{N-1} \exp \left[-j \frac{2\pi}{N} c (km + \ell n) \right] x(k, \ell), \quad m, n = \overline{0, N-1}. \quad (1)$$

как видно, двумерное ДПФ может быть представлено совокупностью двух одномерных ДПФ:

$$\tilde{X}(m, n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\ell=0}^{N-1} \exp\left[-j \frac{2\pi}{N} c \ell n\right] x(k, \ell) \right\} \exp\left[-j \frac{2\pi}{N} c k m\right]. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2) параметр $c = 1$ для прямого преобразования и $c = -1$ - для обратного.

Исходный массив данных располагается во внешней памяти на пакете магнитных дисков. Каждый блок в массиве данных соответствует одной записи на диске (рис. 1). Размерность квадратного бло-



Р и с. 1.

ка выбирается таким образом, чтобы в оперативную память ЭВМ мог уместиться прямоугольный сегмент, содержащий полные строки или столбцы исходного массива. В то же время количество блоков должно быть минимальным для сокращения времени обменов с внешней памятью. Работа алгоритма двумерного ДПФ заключается в последовательном считывании блоков информации в оперативную память и выполнении одномерного быстрого преобразования Фурье (БПФ) сначала над строками, а затем над столбцами массива данных. Преобразованный массив во внешней памяти размещается на месте исходного.

При использовании комплексных чисел стандартной длины (8 байт) с плавающей запятой массив, размерностью 1024×1024 , занимает 8 Мбайт памяти, что превосходит емкость пакета магнитных дисков ЕС-5053 (~7,25 Мбайт). Для размещения массива данных на одном пакете дисков необходимо применить специальное кодирование (упаковку) комплексных чисел. Для кодирования каждого комплексного числа используется 4-байтовое слово, в котором целочисленные вещественная и мнимая части занимают по 2 байта.

Подпрограмма двумерного БФФ *GESSY* использует подпрограмму *FFT* [2], которая выполняет одномерное БФФ, работая с комплексными числами стандартной длины. Четырехбайтовые элементы распаковываются для работы *FFT* и упаковываются перед записью на диск. Диапазон представления действительных и мнимых частей упакованных комплексных чисел: $(-2^{15}, 2^{15} - 1)$. Значения элементов преобразованного массива при выходе за этот диапазон усекаются до его границ. При таком промежуточном кодировании информации на внешнем носителе в два раза снижаются требования к емкости внешнего запоминающего устройства и, соответственно, уменьшается точность полученных результатов, которая оценивается ниже.

Подпрограммы двумерного ДФФ *GESSY* и *JACK* написаны на языке ФОРТРАН-IV в операционной системе ДОС ЕС ЭВМ

Обращение к подпрограммам:

CALL GESSY (N, M, C) и *CALL JACK (N, M, C)*.

Здесь $N = 2^m$ - размерность матрицы данных. Подпрограмма *GESSY* работает с упакованными комплексными числами (при этом $N_{max} = 1024$), а подпрограмма *JACK* - со стандартными ($N_{max} = 512$). Подпрограмма *GESSY* использует внешнее логическое устройство программиста *SYS 007* (имя файла - *IJSYS07*), подпрограмма *JACK-SYS008* (имя файла - *IJSYS08*). Длина записей на магнитном диске - 1024 байта (*GESSY*) и 2048 байта (*JACK*). В каждой записи размещается блок размером 16×16 комплексных чисел (соответственно, упакованных и нет). Блок, соответствующий записи на диске, может быть описан на языке ФОРТРАН-IV, соответственно, как *INTEGER*2 Y (2, 16, 16)* и *COMPLEX Y (16, 16)*

В табл. I. приведено время работы рассмотренных подпрограмм при различной размерности массивов данных.

Подпрограмма <i>GESSY</i> <i>JACK</i>	Время работы		
	$N = 256$	$N = 512$	$N = 1024$
	II мин 8 мин	48 мин 38 мин	3ч. 17 мин -

При использовании подпрограммы *GESSY* происходит потеря точности вычислений за счет округления вещественной и мнимой частей комплексного числа до целочисленных значений и усечения. В табл. 2 приведена среднеквадратическая погрешность вычислений для тестового примера.

Т а б л и ц а 2

<i>GESSY</i> $N = 256$	Амплитуда импульсного сигнала, A					
	1	4	32	128	512	1024
Погрешность вычисления спектра, ε , %	5,218	1,557	0,108	0,009	0,001	8,117

В качестве теста использовался двумерный прямоугольный импульс:

$$x(k, l) = \begin{cases} \Delta & , \quad 0 \leq k, l \leq \frac{N}{2} - 1 \\ 0 & , \quad \text{иначе} \end{cases}$$

Результат преобразования сравнивался с аналитически рассчитанным спектром.

Как видно из табл. 2, погрешность вычисления при определенном значении амплитуды сигнала A снижается до 10^{-3} %. Выбор масштаба кодирования комплексных чисел для оптимального использования динамического диапазона и, соответственно, снижения погрешности возлагается на программиста, использующего подпрограмму

МАЗУ . Это может быть сделано, исходя из предварительной оценки энергетического спектра исследуемого сигнала.

Л и т е р а т у р а

1. Х а н т Б.Р. Структура данных и организация вычислений при цифровом улучшении качества изображений. В сб.: Обработка изображений при помощи ЦВМ. М., "Мир", 1973, с. 189-193.
2. С о р о к о Л.М., С т р и ж Т.А. Спектральные преобразования на ЦВМ. Дубна. ОИЯИ, 1972.

М.А. Голуб

АЛГОРИТМ ГЕНЕРАЦИИ НА ЭВМ ИЗОБРАЖЕНИЯ СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ

1. При построении систем оптической обработки и хранения изображений используются диффузоры с заданными рассеивающими свойствами [1]. Широкий класс диффузоров образуют изображения, функции амплитудного пропускания которых является реализацией случайного поля $\varphi(x, y)$ заданного в области

$$D = \{(x, y) \mid |x| \leq A_x, |y| \leq A_y\} \quad (1)$$

с автоматическим ожиданием

$$m(x, y) = M\varphi(x, y), \quad (x, y) \in D$$

и корреляционной функцией

$$A(x, y; u, v) = M[\varphi(x, y) - m(x, y)][\varphi(u, v) - m(u, v)]^* \quad (2)$$

(M - оператор математического ожидания;

$*$ - символ комплексного сопряжения).

Рекуррентные алгоритмы генерации двумерных случайных полей [2] характеризуются большими погрешностями на краях генерируемого поля, связанными с неполнотой граничных условий. Известен метод генерации двумерного случайного поля, использующий разложение:

$$\varphi(x, y) \cong \varphi_{(u)}(x, y) = m(x, y) + \sum_{k=1}^L \varphi_k \varphi_k^*(x, y); \quad (3)$$