

бесконтактного токосъема позволяет измерять усилие и в том случае когда чувствительный элемент вращается относительно неподвижного корпуса.

Список использованных источников

1. Воронцов А.В. Классификация и сравнительный анализ датчиков крутящего момента / Актуальные проблемы радиоэлектроники и телекоммуникаций. – Самара: ИПО СГАУ, 2008. – С. 54-57.
2. Колюхов Н.Е. Электромеханические функциональные преобразователи. – М.: Машиностроение, 1977. – 235 с.
3. Воронцов А.В., Тележный Ю.С. Исследование устройства контроля резьбовых соединений / Надежность и качество: Материалы международного симпозиума. – Пенза, 2008. – С. 37 – 38.
4. Зеленский А.В., Воронцов А.В. Электромагнитные датчики усилий и крутящего момента. – Самара: Самарский научный центр РАН, 2010. – 104 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ДАТЧИКАХ УСИЛИЙ И КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА

А.В. Зеленский, А.В. Воронцов

Самарский государственный аэрокосмический университет, г. Самара
Тольяттинский государственный университет, г. Тольятти

Моделирование магнитных полей является важным инструментом исследования характеристик электромагнитных датчиков физических величин. В общем случае двумерная функция распределения магнитного поля $F(x,y)$ в датчиках усилий и крутящего момента представляет собой некоторую поверхность [1]. В качестве примера рассмотрим распределение магнитного поля в зазоре магнитопровода, полученное с помощью специализированной экспериментальной установки. Данная методика исследования может быть применена и для полей другой физической природы [2].

Рассмотрим первую группу сечений поверхности $F(x,y)$ плоскостями, параллельными плоскости YOZ . В этом случае получаем ряд зависимостей выходной ЭДС от X при $Y_i = \text{const}$. При аналитическом представлении искомой функции воспользуемся методом наименьших квадратов, который позволяет получить несмещенные и состоятельные оценки всех параметров.

Если все изменения значений функции Y_1, Y_2, \dots, Y_n приведены с одинаковой точностью, то оценка параметров a_0, a_1, \dots, a_n определяется из условия, чтобы сумма квадратов отклонений измеренных значений Y_k от расчетных и была минимальной.

Рассмотрим сечение $z=f(y)$ при $x=\text{const}$. По расположению точек исследуем три эмпирических формулы для этих сечений:

- а) $z = \text{const}$;
- б) $z = ay + b$;

в) $z = ay^2 + by + c$ при $x = \text{const}$.

Воспользовавшись экспериментальными данными и учитывая симметричный характер кривых имеем:

для случая $z = \text{const}$, при $x = 2, 3, 4, 5, 6$ соответственно:

$z = 11,9$; $z = 37$; $z = 98,5$; $z = 113$; $z = 116$.

Для случая $z = ay^2 + by$ параметры определяются при решении системы уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n Z(y_i) \cdot y_i - a \cdot \sum_{i=1}^n y_i^2 - b \cdot \sum_{i=1}^n y_i = 0, \\ \sum_{i=1}^n Z(y_i) - a \cdot \sum_{i=1}^n y_i - b_n = 0. \end{cases}$$

Для случая $z = ay^2 + by + c$ параметры a, b, c определяются при решении следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n Z(y_i) \cdot y_i^2 - a \cdot \sum_{i=1}^n y_i^4 - b \cdot \sum_{i=1}^n y_i^2 - c \cdot \sum_{i=1}^n y_i^2 = 0; \\ \sum_{i=1}^n Z(y_i) - a \cdot \sum_{i=1}^n y_i^3 - b \cdot \sum_{i=1}^n y_i - c \cdot n = 0; \\ \sum_{i=1}^n Z(y_i) \cdot y_i - a \cdot \sum_{i=1}^n y_i^3 - b \cdot \sum_{i=1}^n y_i^2 - c \cdot \sum_{i=1}^n y_i = 0. \end{cases}$$

Решая аналогичные системы для разных x , получим:

для $X = 2$:	$z_2 = 0,27y^2 - 0,86y + 9,52$;
для $X = 3$:	$z_3 = 0,0655y^2 + 4,48y + 17,68$;
для $X = 4$:	$z_4 = 0,098y^2 + 0,98y + 91,8$;
для $X = 6$:	$z_6 = y^2 + 5,5y + 66,2$.

Рассмотрим вторую группу сечений поверхности $F(x, y)$ плоскостями, параллельными XOZ , т.е. найдем закон распределения поля по оси X [3]. Вид функциональной зависимости не изменяется при изменении Y , поэтому для выбора оптимального варианта аппроксимирующей формулы для $U(x)$ рассмотрим какое-либо одно сечение. По виду полученной кривой можно подобрать ряд математических зависимостей.

Если рассматривать закон изменения поля по координате X как композицию нормального закона:

$$f_1(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-m_\sigma)^2}{2\sigma^2}}.$$

С учетом закона равномерной плотности:

$$f_2(x_2) = \frac{1}{\beta - \alpha},$$

где: $\alpha < x_2 < \beta$.

При $m_x = 0$ имеем:

$$U(x) = z(x) = A \left[\Phi\left(\frac{\beta - z}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - z}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right];$$

$$A = \frac{1}{2(\beta - \alpha)},$$

где $z = x_1 + x_2$ - сумма двух независимых случайных величин;

$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ - табулированная функция Лапласа.

Представив $U(x)$ в виде нормального закона и воспользовавшись экспериментальными данными получим:

$$U(x) = 0,125 \cdot e^{-\frac{x^2}{20,4}}.$$

Если $U(x)$ выразить степенным полиномом, то при анализе видно, что для точной аппроксимации необходим полином двенадцатой степени.

Рассмотрим наиболее простую аппроксимацию закона изменения магнитного поля по координате X :

$$\begin{cases} 116, -1,75 \leq x \leq 1,75; \\ 51,6 \cdot x + 206, x > 1,75; \\ 51,6 \cdot x + 206, \\ x < -1,75. \end{cases}$$

Очевидно, что $F(x, y)$ будет представлена совокупностью трех плоскостей.

Рассмотрим случай $z_y = V(y) = \text{const}$. Если первая плоскость проходит через три точки с координатами $(1,75; 3,5; 1,16)$; $(4; 4; 0)$ и $(4; 5; 0)$, то, решая систему уравнений вида:

$$\begin{cases} A(x-x_1)+B(y-y_1)+C(z-z_1)=0; \\ A(x-x_2)+B(y-y_2)+C(z-z_2)=0; \\ A(x-x_3)+B(y-y_3)+C(z-z_3)=0. \end{cases}$$

Получим уравнение этой плоскости: $z_1(x,y)=51,6x + 215,3$ при $-1,75 > x > -4$.

Тогда:

$$\begin{aligned} \iint F(x,y) dx dy = \phi(x) &= \int_{x-4}^{x-1,75} dx \int_0^{f(x)} (51,6 + 215,3) dy + \\ + \int_{x-1,75}^{x+1,75} dx \int_0^{f(x)} 116y dy &+ \int_{x+1,75}^{x+4} dx \int_0^{f(x)} (-51,6 + 215,3) dy. \end{aligned}$$

Если $V(y) = ay + b$, то $F(x,y)$ представляет собой также совокупность трех плоскостей.

Так, как $\int_0^{f(x)} V(y) dy = \frac{W(x)}{U(x)}$ то учитывая, что $K_i \cdot x, 0 \leq x \leq l$ получим:

$$\begin{cases} U(x) = K_0; \\ 1 < x \leq 2; \\ K_2 \cdot x, 2 < x \leq 3; \\ V(y) = ay + b; \\ f(x) = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4a \cdot \frac{W(x)}{U(x)}}}{2a} \end{cases}$$

Таким образом, располагая экспериментальными данными распределения модуля поля по координате X и Y и пользуясь предложенной методикой, достаточно просто определяется закон изменения искомого профиля практически для любых требуемых нелинейных зависимостей.

Список использованных источников

1. Конюхов Н.Е. Электромеханические функциональные преобразователи. - М.: Машиностроение, 1977. - 235 с.
2. Зеленский А.В., Воронцов А.В. Электромагнитные датчики усилий и крутящего момента. - Самара: Самарский научный центр РАН, 2010. - 104 с.
3. Воронцов А.В., Тележный Ю.С. Исследование устройства контроля резьбовых соединений / Надежность и качество: Материалы международного симпозиума. - Пенза. 2008. - С. 37 - 38.