давлении; $\rho_ф$ – плотность газа факела; $v_ф$ – скорость движения частиц факела; $К_f$ – коэффициент трения при торможении факела о поверхность противоположного электрода; $Т_г$ – температура факельной струи; k = $С_р/С_v$; М – число Маха – отношение скорости факела к скорости звука; $T_п$ – температура поверхности, на которой тормозится факел; S – площадь поверхности электрода, занятая единичным факелом; $t_ф$ – время действия факела.

В связи с важностью уравнения энергии факельной струи как для теоретических исследований, так и особенно для практического использования возникает насущная необходимость в получении уравнения, не вызывающего затруднений в его практическом использовании.

Халдеевым В.Н. получено уравнение энергии факельной струи, свободно перемещающейся в МЭП (межэлектродном пространстве):

$$W_ф = \frac{1}{m_A N_A}\frac{i+2}{2}R\sqrt{\frac{3kT_{исп}}{m_A}} \times \frac{m_и}{V_ф}[Т_{исп} - T_{пов}]St_ф. \qquad (2)$$

Здесь m_A = 1,66·10^{-27} А – масса, кг, атома металла, составляющего основу факела, где А – атомная масса вещества; N_A = 6,02·10^{23} – число Авогадро; i – число степеней свободы частицы газа; R = 8,31 Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная; k = 1,38·10^{-23} Дж/К – коэффициент Больцмана; $Т_{исп}$ – температура кипения материала обрабатываемой заготовки; $T_{пов}$ – температура поверхности, на которой тормозится факел; $m_и$ – масса испаренного за импульс металла; $V_ф$ – обьем, в котором распространяется факел; S – площадь поверхности электрода, занятая единичным факелом; $t_ф$ – время действия факела.

УДК 621.382+533.9

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФАКЕЛЬНОГО РАЗРЯДА

Д.Н. Новомейский
«Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва», г. Самара

С учётом ранее полученных результатов представим математическую модель в виде следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial Z}\left(\lambda_ф \frac{\partial T_Z}{\partial Z}\right) = aE^2 e^{bT_Z} - 2\rho_в C_в V_Z \frac{\partial T_Z}{\partial Z} - G_0, \qquad (1)$$

где

$$G_0 = \varepsilon C_0 \varphi S_{0ф} 10^{-8}\left(T_ф^4 - T_0^4\right) - \frac{\rho_R h S_u}{\tau_0}[L_u + C_{nR}(T_u - T_n)(1 + k_{Hn})] -$$

$$-[L_n + C_R(T_n - T_0)\frac{\rho_R h S_u}{\tau_0} \times$$

$$\times (1 + k_{\text{H}n} + k_n) + 2\pi \text{h} \text{T}_0 ln\frac{4h}{R_u + R_n}[C_R\rho_R(R_\text{H} - R_n)]^2 \times$$

$$\times [1 - C_R\rho_R\frac{1}{\lambda_R}(R_\text{H} - R_n)ln\frac{4h}{R_u+R_n}]^{-1}. \qquad (2)$$

Дифференциальное уравнение (1) аналитически неразрешимо в таком виде, поэтому заменим выражение $aE^2e^{bT_Z}$ бесконечным рядом. Получим:

$$aE^2e^{bT_Z} = \sum_{i=0}^{\infty} aE^2\frac{(bT_Z)^n}{n!} = aE^2\left(1 + \frac{bT_Z}{1} + \frac{b^2{T_Z}^2}{2} + \frac{b^3{T_Z}^3}{6} + \cdots\right). \quad (3)$$

Отметим, что точность решения зависит от числа членов ряда (3), которым мы заменим выражение $aE^2e^{bT_Z}$.

Рассмотрим подробно случай, когда взяты первые два члена ряда. Третий член ряда резко усложняет решение.

Рассмотрим линейную зависимость σ:

$$\sigma(T) = aE^2 + aE^2bT. \qquad (4)$$

В этом случае выражение (1) имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial Z}\left(\lambda_\text{ф}\frac{\partial T_Z}{\partial Z}\right) = aE^2 + aE^2bT - 2\rho_\text{в}C_\text{в}V_Z\frac{\partial T_Z}{\partial Z} \qquad (5)$$

или

$$T_Z{}'' + N_1T_Z' + N_2T_Z = N_3, \qquad (6)$$

где

$$N_1 = \frac{2\rho_\text{в}C_\text{в}V_Z}{\lambda_ф}, \qquad (7)$$

$$N_2 = -\frac{aE^2b}{\lambda_ф}, \qquad (8)$$

$$N_3 = \frac{aE^2 - G_0}{\lambda_ф}. \qquad (9)$$

Уравнение (6) представляет собой неоднородное линейное дифференциальное уравнение.

Его решение можно представить в виде суммы общего решения приведенного уравнения, т.е. когда $N_3 = 0$, и одного из частных решений его самого.