

случая, и использовать для выборок однотипных изделий не участвующих в эксперименте, имеющих одинаковые значения, что и выборка, участвующая в эксперименте.

Для дальнейших исследований по данной тематике потребуется подробное рассмотрение существующих методов прогнозирования и выбор среди них наиболее подходящего. Также необходимо получить больший объем изучаемого материала, т.е. исследовать выборку со значениями параметров большего количества экземпляров, да и самих параметров должно быть больше. Немаловажным и достаточно трудоёмким является отыскание наиболее информативного параметра.

После выбора подходящих методов прогнозирования станет возможным создание программного комплекса, нацеленного на прогнозирование надежности именно паяных соединений.

#### **Список использованных источников**

1. Пиганов М.Н. Индивидуальное прогнозирование показателей качества элементов и компонентов микросборок. – М.: Новые технологии, 2002. – 267 с
2. Ли, Нинг-Ченг. Технология пайки оплавлением, поиск и устранение дефектов: поверхностный монтаж, BGA, CSP, и flip, chip технологии /Нинг-Ченг Ли. – М.: Издательский Дом «Технологии», 2006. – 374 с.
3. Bao, X. Engineering Solder Paste Performance Via Controlled Stress Rheology Analysis / X. Bao, N. C. Lee. – In Proc. of Surface Mount International, San Jose, CA, 1996. – 205 p.

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЛИС В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ**

**П.И. Грушин, В.И. Логинов, Н.П. Ямпурин**  
Арзамасский политехнический институт, г.Арзамас

При эксплуатации приемо-передающей аппаратуры в условиях сложной помеховой обстановки требуется решать задачи оперативного выбора частотных каналов связи при наличии внешних помех. При наличии детерминированных помех задачи ЭМС решаются методами теории расписаний, которые имеют большую вычислительную сложность. В условиях случайных помех требуется разработка оперативных алгоритмов, отвечающих на вопрос пригодности используемых каналов связи для передачи информации. Эти алгоритмы должны быть интегрированы в контроллеры управления каналами связи. Для решения этой задачи наиболее подходят алгоритмы анализа комбинационных составляющих при

нелинейном преобразовании частоты на основе рядов Фарея. Ряды Фарея описывают образование помех при нелинейном преобразовании частоты и образуют базис для запрещенных соотношений смешиваемых частот.

Рассмотрим задачу отыскания ближайшей дроби Фарея  $R/Q$  к заданному соотношению смешиваемых частот  $q=f_1/f_2$  ( $f_1 \leq f_2$ ), минуя операцию синтеза всей последовательности Фарея [1].

**Использование цепных дробей.** Согласно теореме Дирихле теории диофантовых приближений, для заданного  $q$  всегда существует такая дробь  $R/Q$ , что разность между ними может удовлетворять любой наперед заданной точности. Последовательность дробей Фарея  $\Phi_k$  является последовательностью всех несократимых рациональных дробей, у которых знаменатель  $Q \leq k$ , где  $k$  – порядок ряда Фарея, поэтому, для отыскания приближения заданного соотношения  $q$  дробью Фарея можно использовать аппарат цепных дробей.

Представим заданное соотношение смешиваемых частот  $q \in \theta, 1$  конечной цепной дробью

$$q = [b_0; b_1; b_2, \dots, b_n]. \quad (1)$$

Любая подходящая дробь  $R_j/Q_j$  цепной дроби (1), являясь несократимой дробью ( $j \in 1, n$ ), принадлежит последовательности Фарея. Задача отыскания приближения в базисе дробей Фарея состоит в разложении  $q$  в цепную дробь (1) с одновременным вычислением подходящих дробей  $R_j/Q_j$ , пока  $Q_j \leq k$ , при этом подходящая дробь  $R_j/Q_j$  и есть найденная ближайшая дробь Фарея  $R_i/Q_i$ ,  $i \in 1, N_k$  к  $q$ . Максимальное количество итераций при разложении  $q$  в цепную дробь равно

$$N_1 = 2 \log_2 k + 1. \quad (2)$$

**Алгоритм Фарея-Коши.** Второй задачей в определении ближайших дробей Фарея к заданному соотношению смешиваемых частот  $q$  является определение второго диофантова приближения. Согласно основной теореме Фарея-Коши, определяющей связь соседних дробей Фарея, отыскание следующей дроби в ряде Фарея  $R_{i+1}/Q_{i+1}$  сводится к решению сравнения

$$R_{i+1} Q_i \equiv -1 \pmod{Q_i}. \quad (3)$$

Поиск  $Q_{i+1}$  представляет собой итерационный процесс с максимальным числом итераций

$$N_2 = k - 1. \quad (4)$$

**Алгоритм цепных дробей для нахождения двойного Диофантова приближения в классе дробей Фарея.** У любой дроби в дереве Фарея [2] всегда есть два потомка и два предшественника: прямой и отдаленный. Назовем *коротким* потомок, образованный прибавлением единицы к

короткой записи исходной дроби, а *длинным* прибавлением единицы к длинной записи и обозначим их как

$$\begin{aligned} P_s / Q_s &= [b_1, b_2, \dots, b_{n-1}, b_n + 1] \text{ и} \\ P_l / Q_l &= [b_1, b_2, \dots, b_{n-1}, b_n - 1, 2]. \end{aligned} \quad (5)$$

Соотношение, связывающее соседние подходящие дроби

$$P_n \cdot Q_{n-1} - P_{n-1} \cdot Q_n = (-1)^{n-1}, \quad (6)$$

определяет, что потомок с четным числом членов всегда больше своего прямого предшественника и больше другого, второго потомка. В зависимости от направления поиска и четного или нечетного количества членов  $n$  необходимо находить либо короткий потомок, либо длинный.

Для отыскания любого из потомков исходной дроби необходимо лишь знать её последнюю промежуточную дробь. Потомки равны

$$\frac{P_d}{Q_d} = \frac{P_{\text{исх}} + P_{\text{омб}}}{Q_{\text{исх}} + Q_{\text{омб}}} \quad \text{и} \quad \frac{P_l}{Q_l} = \frac{2 \cdot P_{\text{исх}} - P_{\text{омб}}}{2 \cdot Q_{\text{исх}} - Q_{\text{омб}}}. \quad (7)$$

Искомая дробь однозначно выражается следующими формулами

$$\left. \begin{aligned} \frac{P}{Q} &= \frac{P_{\text{ном}} - P_{\text{исх}}}{Q_{\text{ном}} - Q_{\text{исх}}}, \quad Q_{\text{ном}} > k, \\ \frac{P}{Q} &= \frac{n \cdot P_{\text{исх}} + P_{\text{ном}}}{n \cdot Q_{\text{исх}} + Q_{\text{ном}}}, \quad Q_{\text{ном}} \leq k, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где  $n = \text{ent}\left(\frac{k - Q_{\text{исх}}}{Q_{\text{исх}}}\right)$ .

**Оценка алгоритмической и вычислительной сложности.** Для оценки быстродействия предложенных алгоритмов будем использовать два критерия: алгоритмическую и вычислительную сложности алгоритмов.

Под алгоритмической сложностью будем понимать количество циклов в алгоритме без детализации сложности реализации алгоритма для каждой ветки цикла.

Под вычислительной сложностью понимаются условные затраты на получение результата, приведенного к такту условного процессора. Для получения такой оценки необходимо знать процессорные затраты на реализацию основных операций и функций, выраженных в тактах процессора.

**Алгоритмическая сложность.** Она определяется затратами на выполнение циклических операций и для алгоритмов полного перебора комбинационных частот для оптимистической оценки [3] будет равна

$$N_n = 3(k+1)^2.$$

Число итераций алгоритма на основе синтеза полного ряда Фарея [3] составляет

$$N_\phi = 3(k+1)^2/\pi^2.$$

Из предыдущих выражений следует, что решение задачи анализа комбинационных составляющих путем полного перебора и на основе рядов Фарея составляет около одного порядка и не зависит от индекса ряда Фарея и соответственно от порядка учитываемых комбинационных частот (это две взаимосвязанные величины согласно [3]).

Оценим алгоритмическую эффективность решения задачи анализа комбинационных составляющих с использованием подхода на основе синтеза последовательности Фарея [1] и подхода, использующего алгоритм на основе цепных дробей и теоремы Фарея-Коши. Для этого достаточно сравнить количество итераций предложенного подхода (2), (4) с числом членов последовательности Фарея [1].

$$\xi = \frac{N_p}{N_1 + N_2} = \frac{3(k+1)^2}{\pi^2(k+2)\log_2 k}$$

Это выражение показывает, что эффективность использования подхода, изложенного в данной работе, повышается с увеличением индекса последовательности Фарея, а, следовательно, и порядка учитываемых комбинационных частот  $P$ . Кроме того, эта формула не учитывает затрат времени на синтез самой последовательности Фарея. Следовательно, общая эффективность решения задач с использованием предлагаемого метода будет значительно выше приведенной оценки. На рис. 1 приведены зависимости алгоритмической сложности решения задачи анализа комбинационных составляющих от индекса  $k$  ряда Фарея при использовании разных алгоритмов.

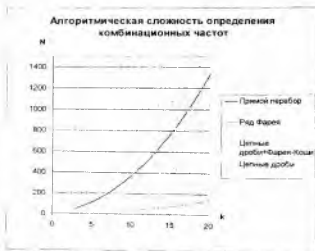


Рис. 1. Алгоритмическая сложность алгоритмов от порядка учитываемых комбинационных частот

Эффективность алгоритма на основе цепных дробей по сравнению с алгоритмом полного перебора для  $k=30$  составляет около 300, а на основе цепных дробей и теоремы Фарей-Коши - около 70.

**Вычислительная сложность.** Для её оценки будем учитывать три основных категории операций и функций, которые выполняет условный процессор, и определим их вычислительные затраты на:

1) операции суммирования, вычитания и вычисления целых частей –  $A=n_A*t$ , где  $n_A$  – количество тактов процессора на выполнение одной операции типа суммирования;  $t$  – время одного такта процессора;

2) операции умножения, деления и расчет целочисленного остатка от деления двух чисел –  $M=n_M*t$ , где  $n_M$  – количество тактов процессора на выполнение одной операции типа умножения;

3) операции присваивания –  $S=n_S*t$ , где  $n_S$  – количество тактов процессора на выполнение одной операции типа присваивания.

Определим вычислительную сложность всех предлагаемых алгоритмов анализа комбинационных составляющих и определим наиболее эффективный алгоритм. Однако критерий «вычислительная сложность» зависит от типа процессора и особенностей его архитектуры и разбивка на типы операций и их затраты по тактовому времени для каждого процессора выполняется индивидуально.

Максимальная вычислительная сложность алгоритма на основе цепных дробей (рис. 1) равна

$$V_1 = N_1(10S+3M+5A) + 2S.$$

Максимальная вычислительная сложность алгоритмов на основе теоремы Фарей-Коши (рис. 2 и 3) равна

$$V_2 = N_2(S+M+A) + 4S + 4A + 6M.$$

Максимальная вычислительная сложность алгоритма на основе только цепных дробей (рис. 5) равна

$$V_3 = N_3(10S+3M+5A) + 7S + 7A + 4M.$$

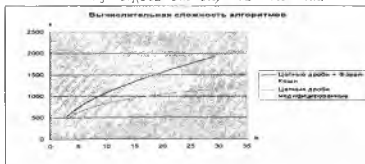


Рис 2 Связь вычислительной сложности алгоритмов с порядком учитываемых комбинационных частот

Анализ вычислительной сложности алгоритмов на основе цепных дробей – теоремы Фарея-Коши и модифицированного алгоритма цепных дробей показывает, что модифицированный алгоритм цепных дробей обладает большей эффективностью и для  $k=5$  составляет 20%, а для  $k=30$  составляет 70%.

**Реализация на ПЛИС.** Одним из преимуществ ПЛИС над микропроцессорами является возможность распараллеливания выполняемых операций. При реализации на ПЛИС уменьшается вычислительная сложность за счет того, что выполнение любой основной операции (сложение, умножение, присваивание) занимает один такт, в отличие от реализации алгоритмов на микропроцессорах или микроконтроллерах. Ограничением является только частота тактирования ПЛИС (250-500МГц). Алгоритм на основе только цепных дробей имеет максимальное количество тактов:

$$N_{\max} = 2 \log_2 k + 1.$$

Для целого числа, меньшего  $2^{32}=4\ 294\ 967\ 296$ , количество тактов не будет превышать 65. Максимальное время выполнения алгоритма будет постоянно и для частоты 250МГц не превысит 260 нс, а для частоты 500МГц не превысит 130 нс.

В качестве ПЛИС была выбрана Altera Cyclone II со встроенным сигнальным процессором Nios II. ПЛИС является ядром лабораторного стенда DE2-70 Terasik, обладающего большими функциональными возможностями и архитектурой для построения и отладки окончанных цифровых устройств. Встроенный процессор синхронизирован со всеми компонентами ПЛИС и обеспечивает одноктактное выполнение основных операций над числами.

**Вывод.** В статье предложены и реализованы методики поиска двойного диафантового приближения комбинационных составляющих в ряде Фарея произвольного порядка и приведены сравнительные характеристики их эффективностей.

#### Список использованных источников

1. Бухштаб А.А. Теория чисел. - М.: Учпедгиз, 1960.-375 с.
2. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные ряды. Миниатюры из бесконечного ряя. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.- 528 с.
3. Логинов В.И., Маркова С.А. Номограмма комбинационных частот - алгоритмический подход// Радиотехника.- 1989, № 1.- С. 44-46.