Т.А. БОЙКОВА

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОМЕРНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПО СИСТЕМЕ ФУНКЦИЙ ХААРА

Запишем для линейной многомерной системы автоматического управления с z входами и одним выходом систему интегральных уравнений типа Вольтерра первого рода в свертках:

$$\sum_{q=1}^{z}\int_{0}^{t} K_q(\tau)\,y_{jq}(t-\tau)\,d\tau = x_j(t), \qquad j=1,2,\dots,z, \tag{1}$$

где $K_q(t)$ – искомые импульсные переходные функции; $y_{jq}(t)$, $x_j(t)$ – соответственно, реализации входных и выходных сигналов системы управления, заданные на коротком интервале времени $[0, T]$, соизмеримом с длительностью переходных процессов; индекс q – номер входа многомерной системы; индекс j – номер реализации эксперимента.

Предполагая, что свободная составляющая сигнала исключена, с помощью теоремы свертывания получим систему интегральных уравнений (1) в комплексной области:

$$\sum_{q=1}^{z} K_q(p)\,y_{jq}(p) = x_j(p), \qquad j=1,2,\dots,z \tag{2}$$

$$K_q(p) = \int_0^{\infty} K_q(t)\,e^{-pt}\,dt, \tag{3}$$

$$y_{jq}(p) = \int_0^{\infty} y_{jq}(t)\,e^{-pt}\,dt, \tag{4}$$

$$x_j(p) = \int_0^{\infty} x_j(t)\,e^{-pt}\,dt. \tag{5}$$

Искомые импульсные переходные функции в области переменной p находим из системы уравнений (2):

$$K_q(p) = \frac{D_q(p)}{D(p)}, \tag{6}$$

где $D(p)$ - определитель системы (2); $D_q(p)$ - определитель, полученный из $D(p)$ путем замены q-го столбца на столбец, составленный из функций $x_j(p)$ правой части системы (2).

Будем рассматривать функцию $K_q(p)$ как моментную для оригинала $K_q(t)$, то есть перейдем от уравнения (3) к уравнению

$$K_q^{\delta}(p) = \int_0^{\infty} e^{pt} K_q(t)\delta(t)dt, \tag{7}$$

где $K_q^{\delta}(p)$ - преобразование Лапласа функции

$$K_q^{\delta}(t) = K_q(t)\delta(t), \tag{8}$$

$\delta(t)$ - неотрицательная функция веса на $[0, \infty)$.

Предполагаем, что выполняются следующие условия:

$$\int_0^{\infty} \delta(t)\left|K_q(t)\right|^2 dt < \infty, \tag{9}$$

$$\int_0^{\infty} \delta(t)\,dt < \infty \tag{10}$$

Переведем уравнение (7) в область переменной x, используя формулу перехода

$$x = e^{-\mu t}, \tag{11}$$

- масштаб времени.

Далее, [illegible] комплексной переменной p значения $S = 0,1,2,\ldots$, получим смешанные моменты μ_S^{δ} импульсной переходной функции $E(x)$ весом $\Delta(x)$ в виде

$$\mu_S^{\delta}\left(\frac{S}{q}\right) = \int x^S \Delta(x) E(x)\,dx, \quad S = 0,1,2,\ldots, \tag{12}$$

$$\Delta(x) = \frac{\delta\left(\frac{\ln x}{M}\right)}{Mx} \tag{13}$$

$$E(x) = \left(\frac{\ln x}{M}\right) \tag{14}$$

Уравнение (12) справедливо в полуплоскости $\mathrm{Re}\, p \geq 0$ при выполнении условий (9), (10).

Используем в качестве ортогонального базиса при определении функции $E(x)$ систему функций Хаара $\{\chi_i(x)\}$

$$E(x) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \chi_i(x). \tag{15}$$

Одновременно наложим ограничение на функцию веса

$$\Delta(x) = 1. \tag{16}$$

Тогда, подставив равенства (15), (16) в уравнение (12) и меняя местами знаки суммирования и интегрирования, получим

$$\mu_S^{\delta}\frac{S+M}{M} = c_1 + \sqrt{2^m}\sum_{m=0}^{L}\sum_{K=1}^{2^m}\left[2\left(\frac{K-\frac{1}{2}}{2^m}\right)^{\frac{S+M}{M}} - \left(\frac{K-1}{2^m}\right)^{\frac{S+M}{M}} - \left(\frac{K}{2^m}\right)^{\frac{S+M}{M}}\right]c_i, \tag{17}$$

$$L = 2^m + K, \quad m = 0,1,2,\ldots,$$

где K меняется от 1 до 2^m.

Согласно зависимостей (16) и (14) определяем функцию веса

$$\delta(t) = Me^{-Mt} \tag{18}$$

Тогда из уравнения (7) получим

$$K_g^{\delta}(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} K_g(t) e^{-Mt} dt. \qquad (19)$$

Используя теорему смещения, и выражение (19), находим связь между моментами μ_s функции $K_g(t)$ и моментами μ_s^{δ} функции $K_g^{\delta}(t)$

$$\mu_s^{\delta} = K_g^{\delta}(S) = MW(S+M), \qquad (20)$$

$$S = 0, 1, 2, \ldots$$

Уравнение (20) должно удовлетворять условию

$$M > \gamma_a,$$

где γ_a – абсцисса абсолютной сходимости $K_g(t)$.

Решив уравнение (17), найдем ортогональный спектр функции $E(x)$, по которому с помощью равенства (15) определяем импульсн переходную функцию $E(x)$ в области переменной x. Затем, используя формулу перехода (11), окончательно определяем искомые импульсные переходные функции $K_g(t)$ в области переменной t

$$K_g(t) = \sum_{i=0}^{e} c_i \chi_i(t) \qquad (21)$$

Литература

1. Бойков А.Д., Бойкова Т.А. Обращение преобразования Лапласа с помощью функций Хаара, Труды Ульяновского политехнического института, том.8, вып.2, Приборостроение, Ульяновск, 1972.

2. Бойков А.Д. Определение динамических характеристик линейных многомерных объектов автоматического управления по корреляционным функциям ортогональным методом моментов, Научные труды вузов Поволжья "Автоматические измерительные и регулирующие устройства", Вып.3, Куйбышев, 1967.