

О ВЛИЯНИИ ПОМЕХ НА ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
КАНАЛОВ СИСТЕМ ИЗМЕРЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ

Обозначения: Q, Q^o, Q' - объемный расход; низкочастотная (НЧ) и высокочастотная (ВЧ) составляющие колебаний объемного расхода; P, P^o, P', P'' - давление, постоянная, НЧ, ВЧ составляющие колебаний давления; S - площадь сечения магистрали; ρ - плотность рабочей среды; c - скорость распространения звука в канале; m, k - коэффициенты, учитывающие эффективную колеблющуюся массу и гидравлические потери на сосредоточенном сопротивлении; V - приведенный объем гидравлической полости; q^o, p^o, q', p' - первые гармоники НЧ и ВЧ составляющих колебаний объемного расхода и давления; Ω, T_o - частота и период НЧ составляющих колебания; ω - частота ВЧ составляющих колебания; $B^o, A^o, \psi^o, \varphi^o$ - амплитуды и фазы первых гармоник НЧ составляющих колебаний давления и объемного расхода; B', A', ψ', φ' - амплитуды и фазы первых гармоник ВЧ составляющих колебаний давления и объемного расхода, $f = \nu^{-1}$.

Схема гидравлического канала представлена на рис. I. Предполагается, что помеха представляет собой гармонический ВЧ сигнал, частота которого значительно превышает частоту НЧ полезного сигнала, на сосредоточенном сопротивлении реализуется квадратичный закон гидравлических потерь [1], волновые процессы в тру-

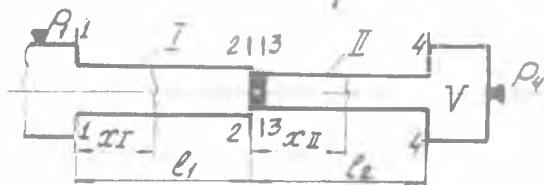


Рис. I.

бопроводах канала описываются линейными дифференциальными уравнениями, потери по длине канала малы по сравнению с потерями на сосредоточенном сопротивлении, условия на концах измерительного канала заданы в виде линейных соотношений.

В соответствии с принятыми допущениями и схемой расчет вынужденных колебаний жидкости в канале сводится к отысканию частного решения системы дифференциальных уравнений для участков магистрали I и II

$$\frac{\partial P_n}{\partial x_n} = - \frac{\rho}{s_n} \frac{\partial Q_n}{\partial t},$$

(I)

$$\frac{\partial A}{\partial t} = - \frac{\partial C_n}{\partial t} \frac{\partial Q}{\partial t}$$

при нулевых начальных условиях и граничных

$$x_1 = 0, \quad Q_1 = Q_1, \quad P_1 = P_0 + B_0 e^{i\omega t} + B_1 e^{j\omega t},$$

$$x_2 = l, \quad x = 0, \quad Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_3, \quad P_1 = P_2 = P_3,$$

$$m \frac{dQ_1}{dt} + k(Q_1^2 - Q_0^2) = F_1 - \dots$$

$$x_2 = l_2, \quad Q_2 = Q_3 - \rho c^2 \frac{d^2 x}{dt^2}$$

При достаточно высоких уровнях среднего давления колебаний давления в гидравлическом канале определяются только переменными составляющими внешнего воздействия, поэтому решение уравнений будем вести только для колебательных составляющих с использованием вместо зависимости (2) граничного условия вида $P_1 = B_0 e^{i\omega t} + B_1 e^{j\omega t}$. Для решения задачи используем метод гармонической линеаризации [2]. Учитывая форму внешнего воздействия приближенный закон изменения давления и расхода во времени будем искать в виде

$$P = P^0 + P' = p^0 e^{i\omega t} + p' e^{j\omega t}, \quad p^0 = B_0 e^{i\psi^0}, \quad p' = B_1 e^{i\psi^1}, \quad (4)$$

$$Q = Q^0 + Q' = q^0 e^{i\omega t} + q' e^{j\omega t}, \quad q^0 = A_0 e^{i\psi^0}, \quad q' = A_1 e^{i\psi^1}$$

причем величины p' и q' являются медленно меняющимися функциями времени. Считая изменение величины P^0, Q^0, P', q'

настолько медленными, что за период ω составляющей колебания их можно принять постоянными, после проведения гармонической линеаризации функции $k Q_1^2 \text{sign } Q_2$ граничное условие (3) с учетом выражения (4) запишется в виде

$$m \frac{dQ_2^0}{dt} + m \frac{dQ_2^1}{dt} + b_1(Q_1^0, A_2^1) Q_2^0 + F_2(Q_2^0, A_2^1) = P_1^0 - P_2^0 + P_2^1 - P_3^1, \quad (5)$$

где

$$b_1(Q_2^0, A_2^1) = \frac{4k}{\pi} \left\{ Q_2^0 \text{arctan} \frac{Q_2^0}{A_2^1} \left[\frac{2}{3} A_2^1 + \frac{1}{3} \frac{(Q_2^0)^2}{A_2^1} \right] \sqrt{1 - \left(\frac{Q_2^0}{A_2^1} \right)^2} \right\}, \quad (6)$$

$$F_2(Q_2^0, A_2') = \frac{2k}{\pi} \left\{ \left[(Q_2^0)^2 + \frac{(A_2')^2}{2} \right] \arcsin \frac{Q_2^0}{A_2'} + \frac{3}{2} Q_2^0 A_2' \sqrt{1 - \left(\frac{Q_2^0}{A_2'} \right)^2} \right\}, \quad (7)$$

для отрезков времени, когда $Q_2^0 \leq A_2'$, и

$$b_2(Q_2^0) = 2k Q_2^0, \quad (8)$$

$$F_2(Q_2^0, A_2') = k \left[(Q_2^0)^2 + \frac{(A_2')^2}{2} \right], \quad (9)$$

для отрезков времени, когда $Q_2^0 \geq A_2'$. Уравнение (5) может быть разделено на два отдельных уравнения для НЧ и ВЧ составляющих колебаний

$$m \frac{dQ_2'}{dt} + b_2(Q_2^0, A_2') Q_2' = P_2' - P_3', \quad (10)$$

$$m \frac{dQ_2^0}{dt} + F_2(Q_2^0, A_2') = P_2^0 - P_3^0. \quad (11)$$

При записи граничных условий в форме (10), (11) можно отыскать решение системы уравнений (1) отдельно для ВЧ и НЧ составляющих колебаний. Так как участки магистрали I и II представляют собой линейные динамические системы, расчет ВЧ и НЧ составляющих колебаний сводится к отысканию частного решения системы дифференциальных уравнений вида (1) соответственно с граничными условиями

$$x_I = 0, \quad Q_I' = Q_1', \quad P_I' = P_1' = b_1' e^{i\omega t}, \quad (12)$$

$$x_{II} = l_1, \quad x_{II}'' = 0, \quad Q_I' = Q_2' = Q_{II}' = Q_3'; \quad P_I' = P_2', \quad P_{II}' = P_3',$$

$$m \frac{dQ_2'}{dt} + b_2(Q_2^0, A_2') Q_2' = P_2' - P_3', \quad (13)$$

$$x_{II} = l_2, \quad Q_{II}' = Q_3' = \frac{V}{\rho c_3^2} \frac{dP_3'}{dt} \quad (14)$$

для ВЧ составляющих колебаний и

$$x_1 = 0, \quad Q_1^0 = Q_1^0, \quad P_1^0 = P_1^0 = B_1^0 e^{j\omega t}, \quad (15)$$

$$x_2 = l_2, \quad x_2' = 0, \quad Q_1^0 = Q_2^0 = Q_3^0 = Q_3^0, \quad P_1^0 = P_2^0, \quad P_2^0 = P_3^0, \\ m \frac{dQ_2^0}{dt} + F_2(Q_1^0, A_2^0) = P_2^0 - P_3^0, \quad (16)$$

$$x_2 = l_2, \quad Q_2^0 = Q_3^0 = \frac{V}{\rho c^2} \frac{dP_2^0}{dt}. \quad (17)$$

для НЧ составляющих колебаний. При данном разделении системы уравнений для ВЧ и НЧ составляющих колебаний сохраняются нелинейные свойства системы и отсутствие суперпозиции решений, т.к. остается нелинейная взаимосвязь обеих систем через соотношение (13) и (16). Системы уравнений для ВЧ и НЧ составляющих колебаний с соответствующими граничными условиями могут быть решены в следующем порядке. Сначала проводится решение для ВЧ составляющих колебаний, в результате которого определяется выражение для амплитуды расхода через сосредоточенное сопротивление $H_2 = H_2'(Q_1^0, B_1^0, \omega)$.

При известной H_2 можно найти выражение функции $F_2(Q_1^0, A_2^0)$ входящей в уравнение (16) и характеризующей потери на сосредоточенном сопротивлении по отношению к НЧ составляющим колебаний при наличии ВЧ помехи, в виде

$$F_2(Q_1^0, A_2^0) = F_2(Q_1^0, B_1^0, \omega). \quad (18)$$

Амплитуды и фазы давления и расхода НЧ составляющих колебаний отыскиваются из решений систем уравнений вида (I) с соответствующими граничными условиями, причем в уравнении (16) используется функция $F_2(Q_1^0, A_2^0)$ согласно (18).

Расчет ВЧ составляющих колебаний

Согласно принятым условиям расчет ВЧ составляющих колебаний сводится к отысканию частного решения системы дифференциальных уравнений вида (I) с граничными условиями (12)-(14) в форме

$$Q = g'e^{j\omega t}, \quad g_1 = A'e^{j\psi'}, \quad p_1 = p'e^{j\omega t}, \quad p_2 = B'e^{j\psi'} \quad (19)$$

Связь между векторами ВЧ составляющих колебаний давления и расхода в сечениях 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, исходя из уравнений вида (1), можно записать так

$$\begin{aligned} p_1' &= p_2' \cos \frac{\omega l_1}{c_1} + j \frac{\rho c_1}{S_1} g_1' \sin \frac{\omega l_1}{c_1}, \\ g_1' &= j \frac{S_1}{\rho c_1} p_2' \sin \frac{\omega l_1}{c_1} + g_2' \cos \frac{\omega l_1}{c_1}, \\ p_3' &= p_4' \cos \frac{\omega l_2}{c_2} + j \frac{\rho c_2}{S_2} g_4' \sin \frac{\omega l_2}{c_2}, \\ g_3' &= j \frac{S_2}{\rho c_2} p_4' \sin \frac{\omega l_2}{c_2} + g_4' \cos \frac{\omega l_2}{c_2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Граничные условия (12)-(14), согласно соотношениям (19), будут соответственно иметь вид

$$p_1' = B', \quad g_2' = g_3', \quad (21)$$

$$[mj\omega + b_2(Q_2^0, A_2^0)] \cdot g_2' = p_2' - p_3', \quad (22)$$

$$p_4' = -j \frac{\rho c_2^2}{V\omega} g_4'. \quad (23)$$

Для отрезков времени, в течение которых $Q_2^0 \geq A_2^0$, коэффициент $b_2(Q_2^0)$, определяемый соотношением (8), не зависит от амплитуды ВЧ составляющей расхода в сечении, содержащем сосредоточенное сопротивление. В эти отрезки времени система по отношению к ВЧ составляющим колебаний жидкости является линейной, и ВЧ составляющие колебаний расхода и давления в заданных сечениях магистрали могут быть определены в результате совместного решения уравнений (8), (20)-(23). В частности, формула для определения ВЧ составляющей расхода в сечении 2-2 будет такова

$$(g_2')_{Q_2^0 = A_2^0} = \frac{p_1'}{M_1(\omega)Q_2^0 + N_1(\omega)}, \quad (24)$$

где

$$M_1(\omega) = 2k \cos \frac{\omega l_1}{c_1},$$

$$N(\omega) = \cos \frac{\omega l_1}{c_1} \left[m\omega - \frac{\rho c_2^2}{V\omega} \cos \frac{\omega l_2}{c_2} - \frac{\rho c_2^2}{S_2} \sin \frac{\omega l_2}{c_2} \right] + \frac{\rho c_1}{S_1} \sin \frac{\omega l_1}{c_1}.$$

Расчетная формула для амплитуды расхода в сечении 2-2 согласно (24) будет иметь вид

$$\left(\frac{A_2'}{Q_2^0} \right)_{Q_2^0 \neq A_2'} = \frac{B_1}{\sqrt{M_1^2(\omega) Q_2^{0^2} + N^2(\omega)}}. \quad (25)$$

Для отрезков времени, в течение которых $Q_2^0 \neq A_2'$, коэффициент $\beta_2(Q_2^0, A_2')$ зависит от амплитуды A_2' , и для определения ВЧ составляющих колебаний расхода и давления в заданных сечениях может быть использовано условие гармонического баланса. В результате совместного решения уравнений (20)-(25) для данных отрезков времени получим

$$\left(\frac{Q_2'}{P_1^0} \right)_{Q_2^0 \neq A_2'} = \frac{P_1^0}{\beta_2(Q_2^0, A_2') \cos \frac{\omega l_1}{c_1} + jN(\omega)}, \quad (26)$$

где $\beta_2(Q_2^0, A_2')$ определяется зависимостью (6). Используя соотношения (19) и (21) уравнение (26) приведем к виду

$$\left(\frac{Q_2'}{P_1^0} \right)_{Q_2^0 \neq A_2'} = \left(\frac{B_1}{\beta_1} e^{j\psi_1} \right)_{Q_2^0 \neq A_2'} = \frac{P_1^0}{\beta_2(Q_2^0, A_2') \cos \frac{\omega l_1}{c_1} + jN(\omega)}. \quad (27)$$

Использование коэффициента $\beta_2(Q_2^0, A_2')$ в форме (6) не позволяет получить замкнутое выражение для определения A_2' . Зависимость (6) может быть заменена упрощенным соотношением следующего вида

$$\beta_2(Q_2^0, A_2') = \frac{2k}{3} \left[\frac{2}{3} R_1 + \frac{Q_2^{0^2}}{A_2'} \right]. \quad (28)$$

полученным разложением (6) в ряд Тейлора с учетом первых членов разложения. Максимальная погрешность аппроксимации формулы (6) зависимостью (28) равно 6%. При использовании (28) расчетная формула для амплитуды ВЧ составляющей расхода A_2^o , согласно (27) будет иметь вид

$$|A_2^o|_{Q_2^o \approx A_2^o} = \sqrt{\frac{\sqrt{N^4(\omega) + \frac{16}{9} M_2^2(\omega) N^2(\omega) (Q_2^o)^2} + \frac{16}{9} M_2^2(\omega) (B_1^o)^2 - N^2(\omega) - \frac{8}{9} M_2^2(\omega) (Q_2^o)^2}{\frac{8}{9} N^2(\omega)}}$$

где

$$M_2(\omega) = \frac{4\kappa}{\pi} \operatorname{cor} \frac{\omega b_1}{c_2}$$

Расчет НЧ составляющих колебаний

Для расчета НЧ составляющей колебания расхода и давления необходимо представить функцию $F_2(Q_2^o, A_2^o)$ в форме (18). Для моментов времени, в течение которых $Q_2^o \ll A_2^o$, функция $F(Q_2^o, B_1^o, \omega)$ может быть определена из совместного решения уравнений (7) и (29). В результате решения этих уравнений получим сложное выражение, дальнейшее использование которого не позволит компактно решить поставленную задачу. Для решения используем упрощенное выражение функции

$$F_2(Q_2^o, B_1^o, \omega) = \frac{2\kappa}{\pi} \left[2z Q_2^o + \left(\frac{1}{3z} - 2d \right) (Q_2^o)^3 \right], \quad (30)$$

где

$$z = \sqrt{\frac{\sqrt{N^4(\omega) + \frac{16}{9} M_2^2(\omega) (B_1^o)^2} - N^2(\omega)}{\frac{8}{9} M_2^2(\omega)}}$$

$$d = \sqrt{\frac{M_2^2(\omega) [\sqrt{N^4(\omega) + \frac{16}{9} M_2^2(\omega) (B_1^o)^2} - N^2(\omega)]}{2 [N^4(\omega) + \frac{16}{9} M_2^2(\omega) (B_1^o)^2]}}$$

Максимальная погрешность аппроксимации точного выражения функции $F_2(Q_2^0, B_1', \omega)$ соотношением (30) составляет 10,7%. Функция $F_2(Q_2^0, B_1', \omega)$ для отрезков времени, в течение которых $Q_2^0 \approx B_1'$, определится зависимостью

$$F_2(Q_2^0, B_1', \omega) = \kappa \left\{ (Q_2^0)^2 + \frac{(B_1')^2}{2[M^2(\omega)(Q_2^0)^2 + N^2(\omega)]} \right\}, \quad (31)$$

полученной на основании формул (9), (25).

Расчет НЧ составляющих колебаний давления и расхода в заданных сечениях системы, согласно принятым условиям, сводится к отыскиванию частного решения системы дифференциальных уравнений вида (I) с граничными условиями (I5)-(I7) в форме

$$Q_2^0 = q_2^0 e^{-\lambda t}, \quad q_2^0 = A_2^0 e^{i\omega t}, \quad P^0 = p^0 e^{-\lambda t}, \quad p^0 = B_2^0 e^{i\omega t}, \quad (32)$$

С учетом принятой формы НЧ составляющих колебаний нелинейное дифференциальное уравнение (I6) после гармонической линеаризации функции $F_2(Q_2^0, A_2')$ перепишем уравнением

$$m \frac{dQ_2^0}{dt} + G_2^0(A_2', B_1', \omega) Q_2^0 = P_2^0 - A_2^0, \quad (33)$$

где

$$G_2^0(A_2', B_1', \omega) = \frac{2}{T_0 A_2^0} \int_0^{T_0} [F_2(A_2^0 \sin \frac{2\pi}{T_0} t, B_1', \omega) \operatorname{sign} \sin \frac{2\pi}{T_0} t] \sin \frac{2\pi}{T_0} t dt, \quad (34)$$

Расчетная формула для определения $G_2^0(A_2', B_1', \omega)$ с учетом (30), (31) имеет вид

$$\left[G_2^0(A_2', B_1', \omega) \right]_{A_2^0 \leq A_2'} = \frac{4\kappa^2}{\pi} + \frac{3\kappa}{2\pi} \left(\frac{1}{32} - 2d \right) (A_2^0)^2, \quad (35)$$

для случая, когда $A_2^0 \leq A_2^1$ и

$$\begin{aligned} \left[B_2^0(A_2^0, B_1^1, \omega) \right]_{A_2^0 \geq A_2^1} &= \frac{4k}{\bar{x}^2} \left[2v + \frac{3}{4} h(A_2^0)^2 \right] \arcsin \frac{a_2}{A_2^0} + \\ &+ \frac{1}{\bar{x}} \left\{ \left[\frac{a_2^2}{3} - \frac{h a_2^3}{2\pi} - \frac{2v a_2}{\pi} \right] \frac{1}{A_2^0} + \left[\frac{2}{3} - \frac{3h a_2}{4\bar{x}} \right] \right\} \cdot \sqrt{(A_2^0)^2 - a_2^2} + \end{aligned} \quad (36)$$

$$\frac{\kappa(B_1^1)^2}{\bar{x}(A_2^0)^2 M_1(\omega) \sqrt{M_1^2(\omega)(A_2^0)^2 + N^2(\omega)}} \operatorname{erf} \frac{\sqrt{M_1^2(\omega)(A_2^0)^2 + N^2(\omega)} + M_1(\omega) \sqrt{(A_2^0)^2 - a_2^2}}{\sqrt{M_1^2(\omega)(A_2^0)^2 + N^2(\omega)} - M_1(\omega) \sqrt{(A_2^0)^2 - a_2^2}}, \quad (37)$$

где

$$h = \frac{1}{3\bar{x}} - 2d; \quad a_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{N^4(\omega) + 4M_1^2(\omega)(B_1^1)^2} - N^2(\omega)}{2M_1(\omega)}},$$

для случая, когда $A_2^0 \geq A_2^1$. Связь между векторами НЧ составляющих колебания давления и расхода в сечениях 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, исходя из уравнения вида (I) можно записать в виде

$$\begin{aligned} p_1^0 &= p_2^0 \cos \frac{\Delta \ell_1}{c_T} + j \frac{\rho c_1}{S_1} q_2^0 \sin \frac{\Delta \ell_1}{c_T}, \\ q_1^0 &= j \frac{S_1}{\rho c_1} p_2^0 \sin \frac{\Delta \ell_1}{c_T} + q_2^0 \cos \frac{\Delta \ell_1}{c_T}, \\ p_3^0 &= p_4^0 \cos \frac{\Delta \ell_2}{c_T} + j \frac{\rho c_2}{S_2} q_4^0 \sin \frac{\Delta \ell_2}{c_T}, \\ q_3^0 &= j \frac{S_2}{\rho c_2} p_4^0 \sin \frac{\Delta \ell_2}{c_T} + q_4^0 \cos \frac{\Delta \ell_2}{c_T}. \end{aligned} \quad (38)$$

Граничные условия (15)-(17), согласно выражениям (32), (33), запишем соотношениями

$$A^0 = B_1^0, \quad q_1^0 = q_3^0, \quad [m]j\bar{x} - \bar{\epsilon}_2(A_2^0, B_1^1, \omega)] q_2^0 = A_2^0 - p_3^0, \quad p_4^0 = -j \frac{\rho c_4^2}{V \bar{x}} q_4^0. \quad (39)$$

НЧ составляющие колебаний расхода и давления в заданных сечениях магистрали с использованием условий гармонического баланса могут быть определены в результате совместного решения уравнений (38),

(39). В частности, НЧ составляющие колебаний расхода в сечении 2-2 для случая $A_2^0 \leq A_1$ будет определяться выражением

$$g_2^0 = \frac{P_1^0}{R(\Omega) + j[H(\Omega) + S(\Omega)](A_2^0)^2} \quad (40)$$

где

$$R(\Omega) = \frac{4k^2}{\pi} \cos \frac{\Omega \ell_1}{c_T}, \quad S(\Omega) = \frac{3kh}{2\pi} \cos \frac{\Omega \ell_1}{c_T},$$

$$H(\Omega) = \cos \frac{\Omega \ell_1}{c_T} \left(m\Omega - \frac{\rho c_{II}^2}{V\Omega} \cos \frac{\Omega \ell_2}{c_{II}} - \frac{\rho c_{II}}{s_{II}} \sin \frac{\Omega \ell_2}{c_{II}} \right) + \frac{\rho c_I}{s_I} \sin \frac{\Omega \ell_1}{c_I}$$

Уравнение для определения амплитуды и формула для расчета сдвига по фазе колебаний расхода в сечении 2-2 относительно входного сигнала, согласно (32) и (40), соответственно будут иметь вид

$$S(\Omega)(A_2^0)^2 + 2R(\Omega)S(\Omega)(A_2^0)^2 + [R(\Omega) + H(\Omega)](A_2^0)^4 - (P_1^0)^2 = 0 \quad (41)$$

$$\varphi_2^0 = \arctg \left[- \frac{H(\Omega)}{R(\Omega) + S(\Omega)(A_2^0)^2} \right] \quad (42)$$

Для случая, когда $A_2^0 \geq A_2^*$, НЧ составляющая колебания расхода в сечении 2-2 будет определяться соотношением

$$g_2^0 = \frac{P_1^0}{T(\Omega, A_2^0) + jH(\Omega)} \quad (43)$$

где

$$T(\Omega, A_2^0) = [b_2^0(A_2^0, \Omega, \omega)]_{A_2^0 \geq A_2^*} \cos \frac{\Omega \ell_1}{c_I}$$

Амплитуда и сдвиг по фазе колебания расхода в сечении 2-2 относительно входного сигнала, согласно (32) и (43) будет определяться соответственно выражениями

$$[T^2(L, A_2^0) + H^2(L)] (A_2^0)^2 - (B_1^0)^2 = 0. \quad (44)$$

$$\varphi_2^0 = \arctg \left[-\frac{H(L)}{T(L, A_2^0)} \right]. \quad (45)$$

Аналитическое решение уравнений (41), (44) громоздко, поэтому в предположении единственности положительного решения определение A_2^0 можно вести методом итераций. Для определения областей применения уравнений (41) и (44) необходимо знать при заданных исходных данных (B_1^0, L, B_1^1, μ) соотношение между амплитудами ВЧ и НЧ составляющих колебаний расхода в сечении 2-2. Соотношение между A_2^0 и A_2^1 можно определить используя условие равенства $A_2^0 = A_2^1 = a_2$ - определяется выражением (37) и уравнение (41). Если заданное значение B_1^0 меньше полученного значения $(B_1^0)_{A_2^0=a_2}$ из уравнения (41) при $A_2^0 = a_2$, то A_2^0 будет меньше, чем A_2^1 , и следует пользоваться для определения A_2^0 уравнением (41) и наоборот, если заданное значение B_1^0 больше полученного $(B_1^0)_{A_2^0=a_2}$ то следует пользоваться уравнением (44). При определенных значениях амплитуды A_2^1 и фазы φ_2^0 НЧ составляющие колебаний давления и расхода во всех других сечениях определяются из выражений (32), (38), (39). искомая частотная характеристика измерительного канала, связывающая НЧ составляющие колебаний давления в точке измерения и в сечении, в котором располагается чувствительный элемент датчика, можно записать в виде

$$\left| \frac{P_4^0}{P_1^0} \right| = \left| \frac{1}{\frac{\gamma_1}{\rho c_1^2} \sin \frac{\omega \ell_2}{c_1} + \frac{V \Omega}{\rho c_1^2} \cos \frac{\omega \ell_2}{c_1}} \right| \frac{A_2^0}{B_1^0}$$

$$\arctg \frac{P_4^0}{P_1^0} = \varphi_2^0 - \frac{\pi}{2}$$

В качестве примера был проведен расчет амплитудно-частотных характеристик датчика давления ДТМ-10 с демпфером Д59-4 на входе и подводящего трубопровода с острокрайной диафрагмой на середине. Рас-

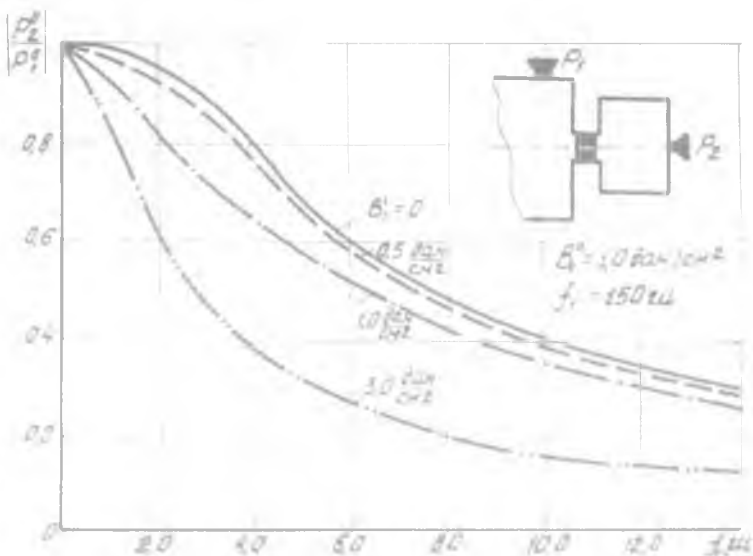


Рис. 2.

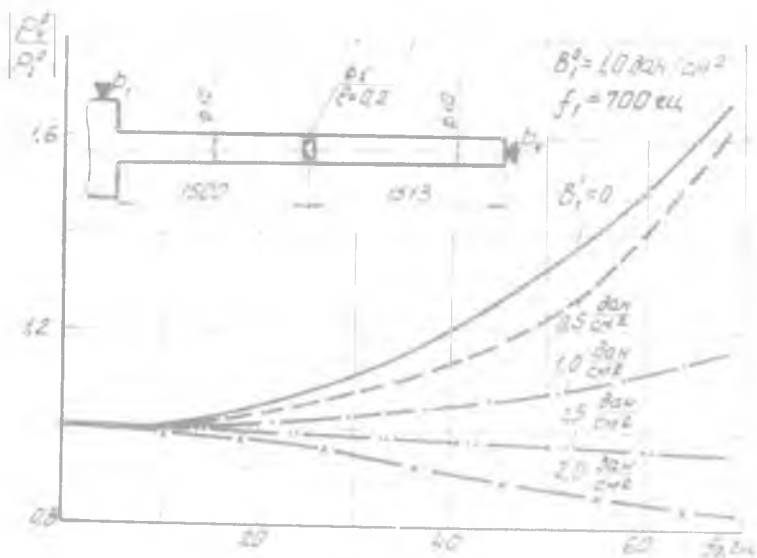


Рис. 3.

четные схемы приведены на рис. 2,3. При расчете были использованы экспериментально, определенные значения гидравлической жесткости датчика $K_{гг} = \frac{\rho c_{дл}}{\gamma}$ и коэффициента сопротивления демпфера K . Амплитудно-частотные характеристики датчика давления и подводящего трубопровода по отношению к полезному НЧ сигналу без наложенных и с наложенными ВЧ помехами представлены на рис. 2,3. Из графиков видно, что наличие помех в виде наложенных ВЧ пульсаций давления на входе в гидравлическую магистраль системы измерения давления может привести к существенному изменению его амплитудно-частотной характеристики.

Литература

1. Шорин В.П. О периодическом течении жидкости через диафрагмы. Изв. Вуз "Авиационная техника", № 4, 1970.
2. Попов Е.П., Пальтров И.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М., Физматгиз, 1960.

В.А.ВЫЖАНИН, А.А.СОЛОВЬЕВ

К ВЫВОДУ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА С УПРУГИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

В работе рассматривается вывод общих уравнений движения механической системы, состоящей из абсолютно твердого тела и упругих элементов, закрепленных на твердом теле таким образом, что они могут совершать малые упругие колебания относительно своих положений равновесия. Под упругими элементами системы принимаются изотропные тела, деформации которых удовлетворяют закону Гука [1]. Для вывода уравнений движения рассматриваемой системы используется вариационный принцип в форме Гамильтона-Остроградского. Это позволит получить необходимые и достаточные граничные условия и достигнуть известной краткости уравнений движения [2]. В дальнейшем ограничимся рассмотрением системы с одним упругим элементом, т.к. наличие в системе нескольких элементов приводит лишь к суммированию величин, относящихся к ним, в уравнениях движения.