УДК 62.505

В.А.Бурдастых

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

(г. Ростов-на-Дону)

Рассмотрим задачу идентификации линейных динамических систем со скалярными входом $u(t)$ и выходом $x(t)$ и дробно-рациональной передаточной функцией $W(S)=(\alpha_0+\alpha_1 S+\ldots+\alpha_n S^n)/(1+\beta_1 S+ +\ldots+\beta_n S^n)=a_0+a_1/(1+ST_1)+\cdots+a_n/(1+ST_n)$, где T_i – полюсы, которые предполагаются действительными и различными. Эта система может быть описана в пространстве состояний в виде /I/

$$\left.\begin{aligned} \dot{z}_i(t) &= -\frac{1}{T_i} z_i(t)+\frac{1}{T_i}u(t),\ i=1,2,\ldots,n \\ x(t) &= a_0 u(t)+\sum_{i=1}^{n} a_i z_i(t), \end{aligned}\right\}. \tag{I}$$

Полагая $z_i(0)=0,\ i=1,2,\ldots,n,$ соотношение (I) можно записать в следующем преобразованном по Лапласу виде:

$$X(S)=a_0 U(S)+\sum_{i=1}^{n} a_i \frac{1}{1+ST_i} U(S). \tag{2}$$

Задача параметрической идентификации сводится к определению оценок параметров a_0, a_i, T_i модели (I) или, что то же самое, модели (2) по наблюдениям $\tilde{x}_N=\{\tilde{x}(t_1),\tilde{x}(t_2),\ldots\tilde{x}(t_N)\}$ выхода $x(t)$ в заданные моменты времени $\{t_i\}_{i=1}^{N}$ и известному входу $u(t)$. При этом предполагается, что $\tilde{x}(t_i)=x(t_i)+\varepsilon_i$, где $\{\varepsilon_i\}_{i=1}^{n}$ – последовательность независимых случайных величин с нулевыми средними значениями и одинаковыми дисперсиями, т.е. $\cos[\varepsilon_i,\varepsilon_j]=\sigma^2\delta_{ij}$, где δ_{ij} –символ Кронекера, σ^2 – интенсивность шума. При решении сформулированной задачи возникают трудности, связанные с наличием параметров T_i, входящих, в соответствии с выражением (2), нелинейным образом в наблюдение $\tilde{x}_N$ /2/. Ниже предлагается эффективный метод преодоления этих трудностей, обобщающий результаты работы /3/.

Вместо ориентированной (явной) модели (2) рассмотрим линейную

9-8376

по оцениваемым параметрам c_0, c_i, но неориентированную (неявную) модель

$$X(s) = c_0\, u(s) + \sum_{i=1}^{n} c_i \frac{1}{1+s\tau_i}\, u(s) + \sum_{i=1}^{n} c_{n+i} \frac{1}{1+s\tau_i}\, X(s), \quad (3)$$

где τ_i – фиксированные различные константы. Модель (3) эквивалентна модели (2) в том смысле, что для любых a_0, a_i, T_i существуют значения c_0, c_j, при которых из соотношения (2) для произвольных процессов $x(t), u(t)$ следуют соотношения (3) для этих же процессов, и наоборот, для любых c_0, c_j существуют такие a_0, a_i, T_i, при которых из соотношения (3) следует соотношение (2) /4/.

Уравнения связи между c_0, c_j, с одной стороны, и a_0, a_i, T_i, с другой, устанавливаются из условия эквивалентности следующих равенств:

$$\prod_{i=1}^{n}(1+sT_i)X(s) = \Big[a_0 \prod_{i=1}^{n}(1+sT_i) + \sum_{i=1}^{n} a_i \prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}(1+sT_j)\Big] u(s), \quad (4)$$

$$\Big[\prod_{i=1}^{n}(1+s\tau_i) - \sum_{i=1}^{n} c_{n+i} \prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}(1+s\tau_j)\Big] X(s) = \Big[\prod_{i=1}^{n}(1+s\tau_i)c_0 + \sum_{i=1}^{n} c_i \prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}(1+s\tau_j)\Big] u(s), \quad (5)$$

полученных путем приведения к общему знаменателю соответственно соотношений (2) и (3). Сравнивая равенства (4) и (5), легко видеть, что параметры T_i – корни полинома $s^n + \ell_1 s^{n-1} + \ldots + \ell_{n-1} s + \ell_n$, стоящего сомножителем при $X(s)$ в левой части соотношения (5). Коэффициент этого полинома определяют по формуле

$$\ell_k = (-1)^k \Big(\sum_{i1=1}^{n} \tau_{i1} \cdots \sum_{ik=i(k-1)+1} \tau_{ik} + \sum_{i=1}^{n} c_{n+i} \sum_{\substack{j1=1\\ j1\neq i}}^{n} \tau_{j1} \cdots \sum_{\substack{j(k-1)=j(k-2)+1\\ j(k-1)\neq i}} \tau_{j(k-1)}\Big),$$

он зависит от τ_i и c_{n+i}. Приравнивая коэффициенты полиномов в правых частях соотношений (4) и (5), легко получить систему линейных уравнений для определения значений параметров a_0, a_i модели (2) по значениям c_0, c_j модели (3).

В соответствии с моделью (3) имеем

$$x(t) = c_0\, u(t) + \sum_{i=1}^{n} c_i\, \eta_i(t) + \sum_{i=1}^{n} c_{n+i}\, \varphi_i(t), \quad (6)$$

где φ_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ – решения дифференциального уравнения.

$$\dot{\varphi}_i(t) = -\frac{1}{T_i}\varphi_i(t) + \frac{1}{T_i} x(t). \quad (7)$$

Оценивание параметров a_0, a_i, T_i можно производить по следующей схеме: вначале по данным $\tilde{x}_N, u(t)$ находятся МНК-оценки (оценки метода наименьших квадратов) параметров c_0, c_j модели (6), затем по этим оценкам, как было описано выше, находятся оценки a_0, a_i, T_i.

Так как наблюдения $\bar{x}_N$ выхода $x(t)$ "зашумлены", то полученные описанным способом оценки параметров a_0, a_i, T_i модели (2) не совпадают с МНК-оценками этих же параметров, найденных непосредственно по ориентированной модели (2). МНК-оценки обладают многими статистически оптимальными свойствами /5/, и поэтому указанное несовпадение является серьезным недостатком описанного метода идентификации.

Следующая процедура позволяет преодолеть этот недостаток. Суть ее заключается в последовательной идентификации моделей вида (3), в которых на каждом последующем шаге происходит уточнение свободных параметров τ_i, путем присваивания им значений оценок постоянных времени T_i модели (2), полученных (в соответствии с описанным выше алгоритмом) на предыдущем шаге. Такое "подстраивание" модели (3) приводит к последовательному ее "вырождению" в ориентированную модель (2), если коэффициенты c_{n+i} при φ_i в (6) с ростом числа шагов стремятся к нулю. Таким образом, в пределе модель (3) стремится к модели (2) и, следовательно, можно ожидать, что последовательность оценок параметров a_0, a_i, T_i стремится к МНК-оценкам этих параметров модели (2). Это следует из эквивалентности моделей (3), соответственно (6), при различных значениях свободных параметров τ_i и из того, что присваивание T_i свободным параметрам τ_i равносильно "занулению" параметров c_{n+i}.

Многолетняя практика использования этого алгоритма показала, что при уровне шумов до 5% сходимость всегда имела место.

Библиографический список

1. Львов Е.Л. Математическое описание динамических систем в пространстве состояний. - М.: МЭИ, 1984.

2. Хемминг Р.В. Численные методы. - М.: Наука, 1972. - 400 сл.

3. Бурдастых В.А., Исаев К.В. Об экспоненциальной аппроксимации экспериментальных данных //Автоматизация научных исследований: Сб. науч. трудов. - Куйбышев: КуАИ, 1985. - С. 23-28.

4. Эйккофф П. Основы идентификации систем управления. - М.: Мир, 1975.

5. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. - М.: Физматгиз, 1958.

УДК 681.142.2

А.В.Баландин, А.А.Сидоров

МОДЕЛЬ И АНАЛИЗ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА С ПРОГРАММНЫМИ КОМПОНЕНТАМИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

(г. Куйбышев)

Измерительный эксперимент является надежным средством для получения адекватных оценок характеристик вычислительных систем. В то же время это и самый трудоемкий способ анализа. В этой связи важное значение имеет правильная подготовка эксперимента, чтобы была возможность наиболее полного анализа его результатов. Проблема заключается в том, что потребность в анализе тех или иных характеристик часто возникает в процессе самого анализа и может вызывать необходимость дополнительного эксперимента. Априорно трудно однозначно определить, что будет интересовать исследователя, а что нет. Поэтому эксперимент необходимо строить так, чтобы результаты измерений обеспечили бы потенциальную возможность получения целого класса характеристик.

В работе вводится модель измерительного эксперимента с программными компонентами вычислительных систем, реализуемых последовательными процессорами, и предлагается метод ее анализа.

Для формализации анализа программную компоненту (ПК) удобно представить в виде графа. Обозначим граф ПК через $G=\langle V,D\rangle$, где $V=\{v_A, v_1, v_2, \dots, v_n\}$ множество вершин, а $D=\{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ - множество направленных дуг, $d_i=(v_j, v_k)$, где $v_j, v_k \in V$. Каждая вершина графа определяет логически выделенную совокупность команд, выполняемых в ПК последовательно. Вершина v_A является особой вершиной. Она не принадлежит ПК, а определяет ее внешнюю среду.

Граф G дает логическое представление структуры ПК, но не оговаривает модель поведения. Конструктивной основой для анализа