2. Попов В.С., Шумаров Е.Б. Способ коррекции погрешностей средств измерений //Измерительная техника. 1988. № 12. С. 8-10.

3. Цветков Э.И., Хуснутдинов Г.Н., Лубочкин М.М. Метрологический анализ процессорных измерительных средств с помощью имитационного моделирования //Измерения,контроль, автоматизация. 1986. Вып. 4(60). С. 3-9.

УДК 62-506.1

Л.Н.Белюстина, К.Г.Кивелева, Л.А.Фрайман

ОБ АВТОМАТИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕАВТОНОМНЫХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

(г. Горький)

К необходимости изучения динамики неавтономных моделей систем фазовой синхронизации (СФС) при гармонических воздействиях приводит ряд практических задач в технике связи, радиолокации и радионавигации. Основным условием, обеспечивающим работоспособность этих систем, является существование и установление в них стационарного синхронного режима. Существенная нелинейность СФС создает серьезные трудности их аналитического исследования. В этой связи использование математического моделирования с применением ЭВМ при решении конкретных прикладных задач занимает важное место. Реализация такого моделирования требует разработки соответствующего методического, алгоритмического и программного обеспечения. Автоматизация процесса исследования динамических характеристик СФС является важным этапом при решении задачи улучшения качественных показателей работы систем.

В работе приводится описание основных компонентов обеспечения комплекса программ, предназначенного для автоматизации исследования динамики и расчета динамических характеристик двух неавтономных систем фазовой синхронизации при воздействии детерминированных помех. Исходными данными для разработки этого комплекса являются математические модели СФС, способы, алгоритмы и результаты их исследования, полученные на основе теории нелинейных колебаний, метода точечных отображений и численных методов /1-3/.

Модели непрерывных СФС при воздействии детерминированных помех описываются /4/ нелинейными системами дифференциальных уравнений. Модель СФС при действии аддитивной гармонической помехи описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = y \\ \dot{y} = \gamma - \lambda(1+\delta\cos\varphi)y - \sin\varphi + \mu\left[\sin(\omega t+\varphi) + \lambda\delta(y+\omega)\cos(\omega t+\varphi)\right], \end{cases} \tag{I}$$

модель СФС при фазовой (частотной) модуляции эталонного сигнала и внутренних помехах – уравнениями

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = y \\ \dot{y} = \gamma - \lambda(1+\delta\cos\varphi)y - \sin\varphi + \mu\cos\omega t. \end{cases} \tag{2}$$

Переменные φ и y соответственно текущие разности фаз и частот подстраиваемого и эталонного генераторов; γ – относительная расстройка; λ – затухание; μ – отношение амплитуды помехи к амплитуде эталонного генератора (ЭГ) для системы (I) и амплитуда модуляции для (2);. ω – относительная разность частот ЭГ и помехи для системы (I) и частота модуляции для (2). При $\delta = 0$ уравнения (I) и (2) описывают СФС с интегрирующим фильтром, а при $\delta > 0$ – с пропорционально-интегрирующим фильтром.

Основными динамическими характеристиками детерминированных СФС являются области удержания и захвата, время переходного процесса к состоянию синхронизма. Определение этих характеристик проводится качественно-численными методами /I/ на основе исследования характера движений изучаемых систем в фазовом пространстве при различных значениях параметров. Установлена связь /5/ между режимами работы СФС и стационарными движениями системы (I). Неавтономные системы (I) и (2) при $\mu \neq 0$ не имеют состояний равновесия, синхронизм в СФС определяется устойчивым периодическим по времени решением этих систем. Координаты разности фаз и частот φ и y, определяемые этим решением, изменяются следующим образом:

$$\begin{aligned} &\varphi(t+p\tau) = \varphi(t) + 2\pi q, \\ &y(t+p\tau) = y(t), \end{aligned} \tag{3}$$

где $\tau = 2\pi/\omega$ – период гармонического воздействия; p и q – целые числа; $p \geq 1$, $q = 0, \pm 1, \ldots$.

В силу цилиндричности фазового пространства $\Phi = \{\varphi(\mathrm{mod}\,2\pi), y, t(\mathrm{mod}\,2\pi/\omega)\}$ в нем могут существовать периодические движения $\Gamma_{q,p}$ как колебательного (q = 0), так и вращательного типов ($q \neq 0$). Различные типы периодических движений $\Gamma_{q,p}$ соответствуют разным режимам $I_{q,p}$ работы систем. Неавтономные СФС под воздействием детерминированных помех могут иметь стационарные синхронные режимы двух типов:

режим $I_{0,p}$ подстройки под эталонный сигнал, определяемый периодическим решением $\Gamma_{0,p}$;

режим $I_{-z,z}$ подстройки под сигнал помехи для СФС, описываемой моделью (I), и подстройки под сигнал боковой частоты модуляции для модели (2), определяемый периодическим решением $\Gamma_{-z,z}$, $z \geq 1$.

С режимами $I_{0,p}$ и $I_{-z,z}$ связаны понятия областей удержания Ω_{y} и захвата $\Omega_{з}$ и времени установления режимов $I_{0,p}$ и $I_{-z,z}$ (времени переходного процесса к состоянию синхронизма). Области удержания режимов $I_{0,p}$ и $I_{-z,z}$ определяются значениями параметров систем (I) и (2), для которых существуют устойчивые периодические движения соответствующих типов $\Gamma_{0,p}$ и $\Gamma_{-z,z}$. Области захвата СФС в режимы $I_{0,p}$ и $I_{-z,z}$ определяются значениями параметров, для которых при любых начальных условиях в системе устанавливаются режимы удержания $I_{0,p}$ и $I_{-z,z}$ соответственно. Время переходного процесса к состоянию синхронизма определяется как время установления режима захвата в заданный режим по описанной методике /6/.

Исследование периодических движений проводится с использованием метода точечных отображений /3/. Траектории систем (I) и (2) в фазовом пространстве порождают точечное отображение $T_{\tau}: T(\varphi, y) = (\bar{\varphi}, \bar{y})$, которое строится с помощью интегрирования систем (I) и (2) на периоде, кратном периоду внешнего воздействия. Периодические движения определяются соответствующими им неподвижными точками (НТ) точечного отображения T_{τ} . Периодическим движениям $\Gamma_{q,p}$ соответствуют НТ q,p – типа. Режиму $I_{0,p}$ соответствует НТ $0,p$ – типа, режиму $I_{-z,z}$ – НТ $-z,z$ – типа. Область значений параметров системы, для точек которой существует устойчивая НТ $0,p$ – типа ($-z,z$ – типа) есть область удержания эталонным сигналом $\Omega_{yэ}$ (сигналом помехи

$\Omega_{уп}$ для (I) и сигналом боковой частоты модуляции для (2)). Область значений параметров системы, для точек которой устойчивая НТ $0,p$ – типа ($-\tau,\tau$ – типа) устойчива во всем фазовом пространстве, есть область захвата эталонным сигналом $\Omega_{зэ}$ (сигналом помехи $\Omega_{зп}$ для (I) и сигналом боковой частоты модуляции для (2)). Для систем (I) и (2) границы областей удержания $\Omega_{уэ}$ и $\Omega_{уп}$ определяются /I, 5/ бифуркациями НТ типа "седло-узел". Бифуркационные кривые, соответствующие седло-узловым НТ $0,p$ – типа, определяют область $\Omega_{уэ}$, а кривые, соответствующие седло-узловым НТ $-\tau,\tau$ – типа – область $\Omega_{уп}$. Выход за границу области захвата заданным сигналом обуславливается либо исчезновением НТ данного типа, либо появлением НТ другого типа, либо переходом в область квазизахвата, связанного с рождением гомоклинической структуры через касание сепаратрисных инвариантных кривых.

Численное построение границ областей захвата и удержания проводится на основе следующих алгоритмов, позволяющих определять в заданной области фазового пространства факт существования НТ, ее координаты, тип и находить бифуркации НТ.

I. Алгоритм определения координат устойчивой НТ методом итераций. Метод предусматривает построение последовательности итераций точечного отображения T_τ, которое проводится численным интегрированием системы (I) или (2) от $t = 0$ до $t=\tau$ от заданной начальной точки (φ_0, y_0), и нахождение в этой последовательности итераций точки, для которой выполняется условие $|\varphi_j-\varphi_{j-p}| \times (\mathrm{mod}\, 2\pi)+|y_j-y_{j-p}| < \varepsilon$ (ε – достаточно малое число). Тогда минимальное p – кратность НТ.

2. Алгоритм поиска координат точек пересечения изоклин $f(\varphi,y)= 2\pi q, g(\varphi,y)=0$ векторного поля точечного отображения плоскости /7, 8/. Алгоритм позволяет глобально проводить выделение в заданной области фазовой плоскости (φ,y) окрестностей всех НТ заданного отображения, находящихся друг от друга на расстояниях, больших некоторой величины.

3. Алгоритм поиска координат НТ на основе метода Ньютона/8/. Алгоритм дает возможность локального уточнения координат НТ при наличии для них первого приближения.

4. Алгоритм определения характера НТ. Характер НТ определяется /9/ по значениям мультипликаторов периодического движения, которые являются корнями характеристического уравнения.

5. Алгоритм поиска точек на бифуркационной кривой и построение продолжения этой кривой до границ рассматриваемой области параметров.

Алгоритмы реализованы комплексом программ, позволяющим решать следующие задачи:

исследование стационарных режимов (какие режимы устанавливаются в системе при заданных значениях параметров и начальных условиях; возможность реализации заданного режима);

определение областей значений параметров, при которых в системе устанавливается стационарный синхронный режим (определение областей удержания и захвата);

определение времени вхождения системы в синхронизм (определение времени переходного процесса к режиму синхронизма).

При решении задачи исследования стационарных режимов подключаются базисные модули, реализующие алгоритмы I-4. Задачи определения областей удержания и захвата используют модули, реализующие алгоритмы I-5. В определении времени переходного процесса участвуют базисные модули, реализующие алгоритм I.

Разработанный комплекс может быть использован в качестве подсистемы функционального наполнения АСНИ "Автомат-2", создаваемой в НИИ ПМК, для автоматизации расчета динамических характеристик класса систем синхронизации. Взаимодействие исследователя с программным комплексом осуществляется на языке, описанном в подсистеме управления; для решения задачи пользователю необходимо заполнить требуемый список значений параметров изучаемой системы. Подсистема управления обеспечивает контроль за соблюдением допустимых диапазонов изменения вводимых параметров, а также организует последовательность функционирования программных модулей в соответствии с исследуемой моделью СФС и решаемой задачей.

Круг задач, решаемых комплексом программ, позволяет использовать АСНИ "Автомат-2" не только при проведении исследований динамики неавтономных СФС, но и в учебном процессе при обучении студентов соответствующих специальностей методам математического моделирования нелинейных систем управления. Учебно-исследовательские и лабораторные работы, созданные на базе этого комплекса программ, предназначены для изучения различных видов движений в неавтономных СФС, осуществления анализа условий их существования и установления в зависимости от значений параметров и начальных условий, проведения вычислений основных динамических характеристик синхронных режимов.

Библиографический список

1. Белюстина Л.Н., Кивелева К.Г., Фрайман Л.А. Качественно-численный метод в исследовании трехмерных нелинейных СФС //Системы фазовой синхронизации /Под ред. В.В.Шахгильдяна и Л.Н.Белюстиной. М.: Радио и связь, 1982. Гл. 2. С. 21–45.

2. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959. 915 с.

3. Неймарк Ю.И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1972. 471 с.

4. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Связь, 1972. 447 с.

5. Белюстина Л.Н., Белых В.Н., Шалфеев В.Д. О захвате в системе ФАП при действии аддитивной гармонической помехи //Теория колебаний, прикладная математика и кибернетика: Межвуз. тематич. сб. тр. /Под ред. Ю.И.Неймарка. Горький: Горьковский гос. ун-т, 1973. Вып. 1. С. 94–101.

6. Белых В.Н., Кивелева К.Г., Фрайман Л.А. Динамические характеристики поисковой системы ФАПЧ с фильтром первого порядка // Фазовая синхронизация /Под ред. В.В.Шахгильдяна, Л.Н.Белюстиной. М.: Связь, 1975. Гл. 20. С. 245–256.

7. Кивелева К.Г., Фрайман Л.А. Нахождение неподвижных точек точечного отображения плоскости в плоскость //Алгоритмы и программы. М.: ВНТИЦ, 1979. анн. 78. № 3(29). 39 с.

8. Фрайман Л.А., Шилова Г.И. Применение численных методов в качественной теории дифференциальных уравнений. Ч. 3. Периодические решения. Учебное пособие. Горький, 1988. 32 с.

9. Кивелева К.Г., Фрайман Л.А. Нахождение характеристических чисел неподвижных точек и критических направлений сепаратрисных инвариантных кривых точечного отображения плоскости в плоскость, порождаемого решениями неавтономной периодической системы второго порядка //Алгоритмы и программы. М.: ВНТИЦ, 1979. анн. 79. № 3(29). 40 с.