9. Курочкин В.М. Об одном алгоритме преобразования $LR(k)$ грамматик. - В кн.: Труды Всесоюзного симпозиума по методам реализации новых алгоритмических языков. Ч. I, Новосибирск, 1975, с. 212-213.

10. Виттих В.А., Куликов В.В. Рекурсивное представление алгоритмов обработки и структур данных в АСНИ. - В кн.:Труды Всесоюзной конференции по теории кодирования и передачи информации. Куйбышев, 1981, с. 32-34.

11. Скобелев П.О. Об использовании синтаксически ориентированных методов трансляции для систем автоматизации программирования. - В сб.: Автоматизация научных исследований. Куйбышев, 1982, с.120-125.

12. Скобелев П.О. Вопросы реализации диалоговой подсистемы "ДИСТЕХ" в системе автоматизации физико-технического эксперимента. -Депонир. рукопись, 1982.

УДК 518.62

Б.М.Шумилов

О ЧИСЛЕННОМ ОТЫСКАНИИ РАЗРЫВОВ ПРОИЗВОДНОЙ В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

(г.Томск)

При конструировании обводов самолетов и кузовов автомобилей, при обработке медико-биологических и других экспериментальных данных большую информационную ценность имеет знание местоположения точек разрыва некоторой производной. Так, в самолетостроении разрыв второй производной линии обвода приводит к срыву обтекающего потока и развитию турбулентности; при обработке медико-биологических данных, например электрокардиограмм, точки разрыва первой производной (изломы) связаны с характерными точками, имеющими диагностическую ценность. Функции с разрывами производных возникают также в задаче отслеживания траекторий реактивных аппаратов с импульсным или разрывным управлением тягой и в задаче оконтуривания изображений, полученных методом вычислительной томографии. Общим для всех перечисленных примеров является то,что в качестве объекта исследования предлагается некоторая пространственная кривая, либо временная зависимость, по виду которой требуется вынести суждение о месте расположения точек разрыва некоторой производной. В элементарных случаях это может быть сделано визуально, либо путем применения методов физического моделирования, например, в самолетостроении метода продувки в аэродинамической трубе. Универсальным средством решения такого рода задач (особенно в свете нынешнего направления на создание систем сплошной автоматизации исследований, рассчитанных к тому же на применение ЭВМ низкой производительности) является теория локальной аппроксимации сплайнами [I,2]. В пользу такого суждения можно привести следующие доводы:

метод локальной аппроксимации сплайнами представляет широкие возможности для организации поточного режима обработки информации, когда экспериментальные данные обрабатываются по мере их поступления ("он-лайн" эксперимент);

для локальной аппроксимации, точной на сплайнах, в отличие от аппроксимации, точной на многочленах, наивысший порядок погрешности приближения не снижается, если точки разрыва производной, порядок которой равен степени сплайна, совпадают с узлами сплайна, т.е. в окрестности точек разрыва производной эти две аппроксимации дают совершённо разные результаты, совпадая в существенном вне этих окрестностей. Последнее соображение может быть взято за основу при построении алгоритмов обработки экспериментальных данных с одновременным отысканием точек разрыва производной.

Будем считать, что экспериментальные данные представляют из себя функцию $f(t)$, заданную в точках $t_i (i=1,2,\dots,n)$, причем точки разрыва производной $f^{(2)}(t)$ попадают в некоторые из точек t_i. Напомним, что без учета краевых условий однородно-минимальные формулы локальной аппроксимации, точной на сплайнах [3], независимо от степени требуют для своего вычисления удвоенного количества значений функции по сравнению с количеством узлов сплайна; разница состоит лишь в ширине шаблона, используемого для вычисления значения сплайна в фиксированной точке. Предлагаемый алгоритм обработки данных состоит в следующем. Первый раз будем располагать узлы сплайна в точках $t_1, t_3, \dots$; второй раз- в точках $t_2, t_4, \dots$. При обоих расположениях узлов будем строить локальную аппроксимацию, точную на сплайнах степени r, а промежутки, на которых две аппроксимации значимо отличаются друг от друга, будем считать окрестностями точек разрыва r-й производной. Оставляя в стороне вопросы выбора критерия значимости, учета возможной погрешности в задании функции и влияния неточности попадания разрыва производной в один из узлов t_i, приведем результаты проделанных нами численных экспериментов для случаев сплайнов второй и третьей степеней.

I. Отыскание точек разрыва второй производной с помощью локальной аппроксимации сплайнами второй степени.

Обозначим x_j узлы сплайна. На отрезке $x_i \le x \le x_{i+1}$ формула аппроксимации имеет вид [4]

$$S_2(x) = \sum_{j=i-2}^{i} b_j(f) B_2^j(x),$$

без учета краевых условий

$$b_j(f) = -\frac{1}{2}\left[f(x_{j+1}) - 4f(x_{j+\frac{3}{2}}) + f(x_{j+2})\right],$$

$$x_{j+\frac{3}{2}} = \frac{1}{2}(x_{j+1} + x_{j+2}).$$

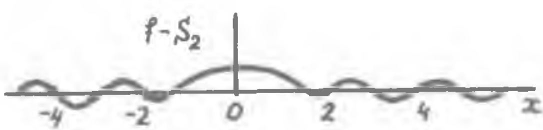
Вычисляя значения B -сплайнов $B_2^j(x)$ (см. [I], с. 24) для случая равномерной сетки узлов находим

$$S_2(x_i) = -\frac{1}{4}(f_{i-1} - 4f_{i-\frac{1}{2}} + 2f_i - 4f_{i+\frac{1}{2}} + f_{i+1}),$$

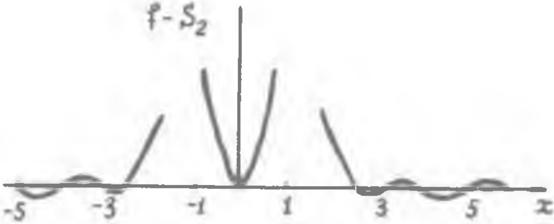
$$S_2(x_{i+\frac{1}{2}}) = -\frac{1}{16}(f_{i-1} - 4f_{i-\frac{1}{2}} + 7f_i - 24f_{i+\frac{1}{2}} + 7f_{i+1} -$$

$$-4f_{i+\frac{3}{2}} + f_{i+2}).$$

Здесь принято обозначение $f_{i+2} = f(x_{i+2})$. Результаты вычислений для функции $f(x) = x|x|(x+A)$ представлены на графиках. Если точка x =0 попадает в число узлов сплайна, то, независимо от величины константы A, погрешность $f(x) - S_2(x)$ имеет вид, изображенный на рис. I. Если же точка x =0 расположена между двумя узлами сплайна, то при $A \to \infty$ в ее окрестности наблюдается расхо-



Р и с. I. Погрешность аппроксимации сплайнами 2-й степени при разрыве в узле димость вследствие разрыва второй производной функции $f(x)$ $(f''(+0) - f''(-0) = 4A)$. График погрешности для этого случая представлен на рис. 2. Таким образом, сравнение двух полученных аппроксимаций позво-



Р и с. 2. Погрешность аппроксимации сплайнами 2-й степени при разрыве между узлами

ляет сделать четкий вывод о том, что место расположения точки разрыва второй производной находится между двумя выбросами разности полученных аппроксимаций. Величина выбросов определенным образом связана с величиной разрыва производной.

2. Отыскание точек разрыва третьей производной с помощью локальной аппроксимации сплайнами третьей степени.

Формула аппроксимации для случая равномерной сетки узлов имеет вид [3]

$$S_3(x) = \sum_{j=i-3}^{i} b_j(f)\, B_3^j(x), \quad x_i \le x \le x_{i+1},$$

где без учета краевых условий

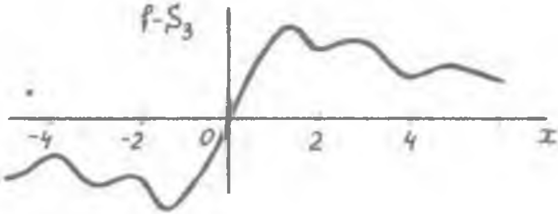
$$b_j(f) = \frac{1}{6}\left(f_{j+1} - 8 f_{j+\frac{3}{2}} + 20 f_{j+2} - 8 f_{j+\frac{5}{2}} + f_{j+3}\right).$$

Вычисляя значения B -сплайнов, находим

$$S_3(x_i) = \frac{1}{36}\left(f_{i-2} - 8 f_{i-\frac{3}{2}} + 24 f_{i-1} - 40 f_{i-\frac{1}{2}} + 82 f_i - 40 f_{i+\frac{1}{2}} + 24 f_{i+1} - 8 f_{i+\frac{3}{2}} + f_{i+2}\right),$$

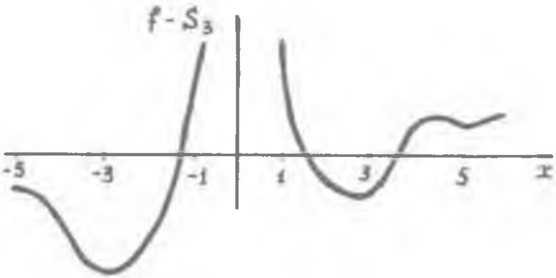
$$S_3(x_{i+\frac{1}{2}}) = \frac{1}{288}\left(f_{i-2} - 8 f_{i-\frac{3}{2}} + 43 f_{i-1} - 192 f_{i-\frac{1}{2}} + 484 f_i - 368 f_{i+\frac{1}{2}} + 484 f_{i+1} - 192 f_{i+\frac{3}{2}} + 43 f_{i+2} - 8 f_{i+\frac{5}{2}} + f_{i+3}\right).$$

Результаты вычислений для функции $f(x)=x^2|x|(x+A)$ представлены на графиках: если точка $x=0$ попадает в число узлов сплайна, то, независимо от величины константы A, погрешность $f(x)-S_3(x)$ имеет вид, изображенный на рис. 3. Если же точка $x=0$ расположена посредине между двумя узлами сплайна, то при $A \to \infty$ в ее окрестности



Р и с. 3. Погрешность аппроксимации сплайнами 3-й степени при разрыве в узле

снова наблюдается расходимость (рис.4). Таким образом, точка разрыва третьей производной расположена в центре выброса разности двух полу-



Р и с. 4. Погрешность аппроксимации сплайнами 3-й степени при разрыве между узлами

ченных аппроксимаций. Величина выброса тесно связана с величиной разрыва производной, которая в данном случае равна $f'''(+0)-f'''(-0)=6A$.

В ы в о д

Результаты проделанных экспериментов свидетельствуют о том, что по разности двух аппроксимаций, вычисленных по одним и тем же локальным формулам, но со сдвигом в один узел, можно судить о месте расположения точек разрыва производной и некоторым образом о величине разрывов.

Л и т е р а т у р а

1. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. - М.: Наука, 1980. - 352 с.

2. Шумилов Б.М. Локальная аппроксимация сплайнами: формулы,точные на сплайнах. - Новосибирск: Семинар "Методы вычислительной и прикладной математики" под руководством академика Г.И.Марчука, 1981. -24с (Препринт /ВЦ СО АН СССР - 86).

3. Шумилов Б.М. Локальные однородно-минимальные формулы для сплайн-проекторов.-В кн.:Избранные вопросы вычислительной и прикладной математики. Барнаул, 1982, с.

4. De Boor C. On uniform approximation by splines.- J. Approximat. Theory, 1968, v. 1, №2, 219-235.

УДК 621.372.542

В.П.Сабило

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ АЛГОРИТМОМ С ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТЬЮ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ

(г. Куйбышев)

Автоматизированная обработка измерительной информации на базе ЭВМ предъявляет повышенные требования к ее достоверности. Наиболее неблагоприятное влияние на достоверность оказывает присутствие в измерительной информации значительных по величине импульсных искажений (помех, сбоев), время появления которых носит, как правило, случайный характер. Фильтрация таких сбоев позволяет существенно повысить достоверность не только отдельных измерений, но и всей совокупности измерительной информации в целом.

В работе анализируется эффективность фильтрации одиночных сбоев полезного сигнала q , заданного в цифровой форме последовательностью своих i -х отчетов, широко используемым в практике измерений