В. В. Клюев, М. И. Кунин

РАСЧЕТ ВИХРЕТОКОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПРОХОДНОГО ТИПА

Вихретоковым преобразователям проходного типа посвящено достаточно много работ [1—4]. Большинство авторов проводит анализ исходя из условия однородности поля в направлении продольной оси изделия, что справедливо для конструкции типа протяженного соленоида. При дефектоскопии труб, прутков, проводов и других изделий применяются проходные преобразователи с короткими задающими и измерительными катушками, когда размеры поперечного сечения обмоток значительно меньше диаметра.

В данном случае расчет следует проводить с учетом тангенциальной составляющей электрического поля E_φ, а также аксиальной и радиальной составляющих магнитного поля H_z и H_ρ

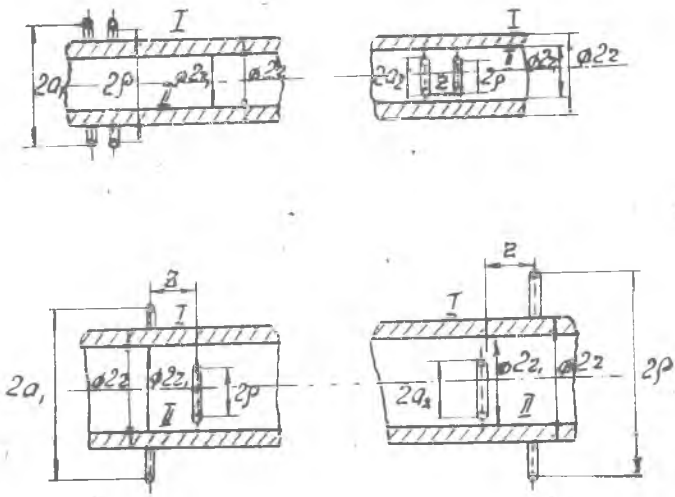

Рис. 1. Варианты проходных преобразователей

Решение уравнений Максвелла дает следующие значения составляющих электрического поля проходного преобразователя, расположенного соответственно снаружи и внутри трубы (рис. 1)

$$a \gg \rho > 0$$

$$E_{\varphi I} = \frac{-j\omega\mu_0 I a_1}{\pi}\left[\int_0^\infty K_1(\lambda a_1) I_1(\lambda\rho)\cos\lambda z d\lambda + \int_0^\infty K_1(\lambda a_1) K_1(\lambda\rho) P_1 \cos\lambda z d\lambda\right], \tag{1}$$

$$E_{\varphi II} = \frac{-j\omega\mu_0\mu' I a_1}{\pi r}\int_0^\infty \frac{K_1(\lambda a_1) I_1(\lambda\rho)\cos\lambda z\,[I_1(ur_1)+\xi_1 K_1(ur_1)]\,d\lambda}{U I_1(\lambda r_1)\,\varphi_1}, \tag{2}$$

$$E_{\varphi I} = \frac{-j\omega\mu_0\mu' I a_2}{\pi r_1}\int_0^\infty \frac{I_1(\lambda a_2) K_1(\lambda\rho)\,[I_1(ur)+\xi_2 K_1(ur)]\cos\lambda z d\lambda}{\mu K_1(\lambda r)\,\varphi_2}, \tag{3}$$

$$E_{\varphi II} = \frac{-j\omega\mu_0 I a_2}{\pi}\left[\int_0^\infty I_1(\lambda a_2) K_1(\lambda\rho)\cos\lambda z d\lambda + \int_0^\infty I_1(\lambda a_2) I_1(\lambda\rho) P_2 \cos\lambda z d\lambda\right] \tag{4}$$

где I — область вне трубы,
II — область внутри трубы,
ω — круговая частота тока питания,
μ_0 — магнитная проницаемость вакуума,
a_1, a_2 — радиус токовой катушки соответственно внешнего и внутреннего преобразователя,
I — ток питания,
ρ — радиус измерительной катушки,
z — расстояние между токовой и измерительной катушками (база), $u = \sqrt{\lambda^2 + k^2}$, $k = \sqrt{j\omega\mu_0\mu^1\sigma}$,
μ' — относительная начальная проницаемость вещества,

$$\varphi_1 = K_1(\lambda r) I_0(ur) + \frac{\mu'\lambda}{u} I_1(ur) K_0(\lambda r) - \xi_1\left[K_1(\lambda r) K_0(ur) - K_1(ur) K_0(\lambda r)\frac{\mu'\lambda}{u}\right],$$

$$\varphi_2 = \frac{\mu'\lambda}{u} I_0(\lambda r_1) I_1(ur_1) - I_0(ur_1) I_1(\lambda r_1) + \xi_2\left[K_0(ur_1) I_1(\lambda r_1) + \frac{\mu'\lambda}{u} K_1(ur_1) I_0(\lambda r_1)\right],$$

$$\xi_1 = \frac{I_0(ur_1) I_1(\lambda r_1) - \frac{\mu'\lambda}{u} I_1(ur_1) I_0(\lambda r_1)}{K_0(ur_1) I_1(\lambda r_1) + \frac{\mu'\lambda}{u} K_1(ur_1) I_0(\lambda r_1)},$$

$$\xi_2 = \frac{I_0(ur) K_1(\lambda r) + \frac{\mu'\lambda}{u} I_1(ur) K_0(\lambda r)}{K_1(\lambda r) K_0(ur) - \frac{\mu'\lambda}{u} K_1(ur) K_0(\lambda r)},$$

$K_1(\lambda a)$; $K_1(\lambda\rho)$; $I_1(\lambda a)$; $I_1(\lambda\rho)$; $K_0(\lambda r)$ и $I_0(\lambda r)$ — модифицированные функции Бесселя первого нулевого порядка 2-го и 1-го рода; r — наружный радиус трубы; r_1 — внутренний радиус трубы,

$$P_1 = \frac{\frac{\mu'\lambda}{u} I_1(ur) I_0(\lambda r) - I_0(ur) I_1(\lambda r) + \xi_1 \left[K_0(ur) I_1(\lambda r) + \frac{\mu'\lambda}{u} K_1(ur) I_0(\lambda r) \right]}{\varphi_1},$$

$$P_2 = \frac{I_0(ur_1) K_1(\lambda r_1) + \frac{\mu'\lambda}{u} I_1(ur_1) K_0(\lambda r_1)}{\varphi_2} - \frac{\xi_2 \left[K_0(ur_1) K_1(\lambda r_1) - \frac{\mu'\lambda}{u} K_1(ur_1) K_0(\lambda r_1) \right]}{\varphi_2}.$$

При увеличении толщины стенки, когда труба переходит в сердечник или бесконечно толстый тоннель, составляющая вторичного электрического поля принимает следующий вид:

$$E_{\text{фвт.I}} = \frac{-j\omega\mu_0 I a_1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\mu'\lambda I_0(\lambda r) I_1(ur) - u I_1(\lambda r) I_0(ur)}{\mu'\lambda K_0(\lambda r) I_1(ur) + u I_0(ur) K_1(\lambda r)} K_1(\lambda a_1) \times$$
$$\times K_1(\lambda\rho) \cos\lambda z d\lambda, \tag{5}$$
$$r, \gg \rho \geqslant a$$

$$E_{\text{фвт.II}} = \frac{-j\omega\mu_0 I a_2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\mu'\lambda K_0(\lambda r_1) K_1(ur_1) - u K_1(\lambda r_1) K_0(ur_1)}{\mu'\lambda I_0(\lambda r_1) K_1(ur_1) + u I_1(\lambda r_1) K_0(ur_1)} I_1(\lambda a_2) \times$$
$$\times I_1(\lambda\rho) \cos\lambda z d\lambda. \tag{6}$$

Напряжение, снимаемое с измерительной катушки проходного типа преобразователя, в силу симметрии равно $U = 2\pi\rho E\varphi$. Таким образом, чтобы знать связь выходного сигнала с соответствующими измеряемыми параметрами, необходимо вычислить несобственные интегралы выражений (1—6).

В работе [4] предложен один из способов приближенной оценки указанных выражений. Однако менее громоздким и в то же время более строгим является, на наш взгляд, нижеследующий метод.

Несобственный интеграл выражается путем формального разложения коэффициента реакции или коэффициента экранирования металла в ряд Маклорена, а затем операции суммирования и интегрирования меняются местами. На основании этого выражения (2, 3, 5 и 6) представляются в следующем виде:

$$E_{\varphi\text{II}} = \frac{-j\omega\mu_0' I a^1}{\pi r} \sum_{n=0}^\infty \frac{S_1^{(n)}(0)}{n!} \int_0^\infty x_1^n K_1(x_1) \cos x_1 z' d x_1 =$$
$$= \frac{-j\omega\mu_0\mu' I a_1}{\pi r} \sum^\infty \frac{S_1^{(n)}(0)}{n!} 2^{n-1} \Gamma\left(1 + \frac{n}{2}\right) \Gamma\left(\frac{n}{2}\right); F\left(1 + \frac{n}{2}; \frac{n}{2}; \frac{1}{2}; -z^2\right), \tag{7}$$

$$E_{\varphi\text{I}} = \frac{-j\omega\mu_0\mu' I a_2}{\pi r_1} \sum_{n=0}^\infty \frac{S_2^{(n)}(0)}{n!} \int_0^\infty x_2^n K_1(x_2\rho') \cos x_2 z' d x_2 =$$

$$=\frac{-j\omega\mu_0\mu' I a_2}{\pi r_1}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{S_2^{(n)}(0)}{n!}2^{n-1}\Gamma\left(1+\frac{n}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)F\left(1+\frac{n}{2};\ \frac{n}{2};\ \frac{1}{2};\ \frac{-z^2}{\rho^2}\right)\times$$
$$\times\rho'^{(-n-1)} \tag{8}$$

$$E_{\text{фвт}_{\text{I}}}=\frac{-j\omega\mu_0 I}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{F_1^{(n)}(0)}{n!}\int_0^{\infty}x_1^n K_1(x_1)\cos x_1 z' dx_1=$$
$$=\frac{-j\omega\mu_0 I a_1}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{F_1^{(n)}(0)}{n!}2^{n-1}\Gamma\left(1+\frac{n}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)F\left(1+\frac{n}{2};\ \frac{n}{2};\ \frac{1}{2};\ -z'^2\right), \tag{9}$$

$$E_{\text{фвт}_{\text{II}}}=\frac{-j\omega\mu_0 I}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{F_2^{(n)}(0)}{n!}\int_0^{\infty}x_2^n K_1(x_2)\cos x_2 z' dx^2=$$
$$=\frac{-j\omega\mu_0 I a_2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{F_2^{(n)}(0)}{n!}2^{n-1}\Gamma\left(1+\frac{n}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)F\left(1+\frac{n}{2};\ \frac{n}{2};\ \frac{1}{2};\ -z'^2\right), \tag{10}$$

где $x_1=\lambda a_1$; $x_2=\lambda a_2$; $z'=\frac{z}{a}$; $\rho'=\frac{\rho}{a}$; $r'=\frac{r}{a}$; $u'=ua$;

$$r_1'=\frac{r_1}{a};$$

$$F_1=\frac{\mu' x_1 I_0(x_1 r')I_1(u'r')-u'I_1(x_1 r')I_0(u'r')}{\mu' x_1 K_0(x_1 r')I_1(u'r')+u'I_0(u'r')K_1(x_1 r')}K_1(x_1\rho');$$

$$F_2=\frac{\mu' x_2 K_0(x_2 r_1')K_1(u'r_1')-u'K_1(x_2 r_1')K_0(u'r_1')}{\mu' x_2 I_0(x_2 r_1')K_1(u'r_1')+u'I_1(x_2 r_1')K_0(u'r_1')}\cdot\frac{I_1(x_2)I_1(x_2\rho')}{K_1(x_2)};$$

$$S_1=\frac{I_1(x_1\rho')[I_1(u'r_1')+\xi_1 K_1(u'r_1')]}{u'\varphi_1 I_1(x_1 r_1')};$$

$$S_2=\frac{I_1(x_2)[I_1(u'r')+\xi_2 K_1(u'r')]}{u'\varphi_2 K_1(x_2 r')}.$$

Далее проводится анализ функций $F_1(0)$, $F_2(0)$, $S_1(0)$ и $S_2(0)$. Нулевые и вторые производные их равны нулю, а потому ряды (7÷10) приближенно можно представить членом при $n=1$. Учитывая, что

$$F_1'(0)=-\frac{r'^2}{2\rho'}\left[1-\frac{2\mu'}{kr}\frac{I_1(kr)}{I_0(kr)}\right]; \tag{11}$$

$$F_2'(0)=-\frac{\rho'}{2r_1'^2\left[1+\frac{2\mu'}{kr_1}\frac{K_1(kr_1)}{K_0(kr_1)}\right]}; \tag{12}$$

$$S_1'(0)=\frac{\rho' r'}{kr_1\{I_0(kr)[kr_1K_0(kr_1)+2\mu'K_1(kr_1)]-K_0(kr)[kr_1I_0(kr_1)-2\mu'I_1(kr_1)]\}}; \tag{13}$$

$$S_2'(0)=\frac{1}{a_{2k}K\{I_0(kr)[2\mu K_1(kr_1)+kr_1K_0(kr_1)]-K_0(kr)[kr_1I_0(kr_1)-2\mu'I_1(kr_1)]\}} \tag{14}$$

$$F\left(\frac{3}{2};\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{2};\ -z'^2\right)=(1+z'^2)^{-\frac{3}{2}};$$

$$F\left(\frac{3}{2};\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{2};\ -\frac{z^2}{\rho^2}\right)=\left(1+\frac{z^2}{\rho^2}\right)^{-\frac{3}{2}};\ E_{\varphi_0}=-\frac{jw\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{a}{\rho}}\,f(p);$$

$$f(p)=\left(\frac{2}{p}-p\right)K(p)-\frac{2}{p}E(p);\ p^2=\frac{4a\rho}{z^2+(a+\rho)^2};$$

получаем следующие значения искомых функций:

$$U_{\text{вн. отн}_{\text{I}}}=\frac{j\pi r'^2(1+z'^2)^{-\frac{3}{2}}}{2\sqrt{\rho'}\cdot f(p)}\left[\frac{2\mu'}{kr}\cdot\frac{I_1(kr)}{I_0(kr)}-1\right] \tag{15}$$

— наружный проходной преобразователь;

$$U_{\text{вн. отн}_{\text{II}}}=-\frac{j\pi\rho'^{\frac{3}{2}}}{2r_1'^2 f(p)(1+z'^2)^{\frac{3}{2}}\left[1+\frac{2\mu'}{kr_1}\cdot\frac{K_1(kr_1)}{K_0(kr_1)}\right]} \tag{16}$$

— внутренний проходной преобразователь;

$$U_{\text{отн}_3}=\frac{j\pi\mu'\rho'^{\frac{3}{2}}}{2kr_1\sqrt{(1+z'^2)^3}\cdot f(p)\left\{I_0(kr)\left[\frac{kr_1}{2}K_0(kr_1)+\mu'K_1(kr_1)\right]\right.}+$$

$$\left.+\frac{j\pi\mu'\rho'^{\frac{3}{2}}}{K_0(kr)\left[\mu'I_1(kr_1)-\frac{kr_1}{2}I_0(kr_1)\right]}\right\} \tag{17}$$

— наружный экранный преобразователь,

$$U_{\text{отн}_4}=\frac{j\pi\mu'\rho'^{-\frac{3}{2}}}{2kr_1\sqrt{\left(1+\frac{z^2}{\rho^2}\right)^3}\cdot f(p)\left\{I_0(kr)\left[\frac{kr_1}{2}K_0(kr_1)+\mu'K_1kr_1)\right]\right.}+$$

$$\left.+\frac{j\pi\mu'\rho'^{-\frac{3}{2}}}{K_0(kr)\left[\mu'I_1(kr_1)-\frac{kr_1}{2}I_0(kr_1)\right]}\right\} \tag{18}$$

— внутренний экранный преобразователь.

Отличительной особенностью полученных формул является то, что свойства материала и геометрические размеры изделия выражаются одним сомножителем, а конструктивные размеры преобразователя — другим. Это позволяет, независимо от объекта контроля, оценить влияние диаметров катушек преобразователя и расстояния между ними — базы.

На рис. 2 показано изменение вносимого напряжения двухкатушечного проходного наружного преобразователя в функции об-

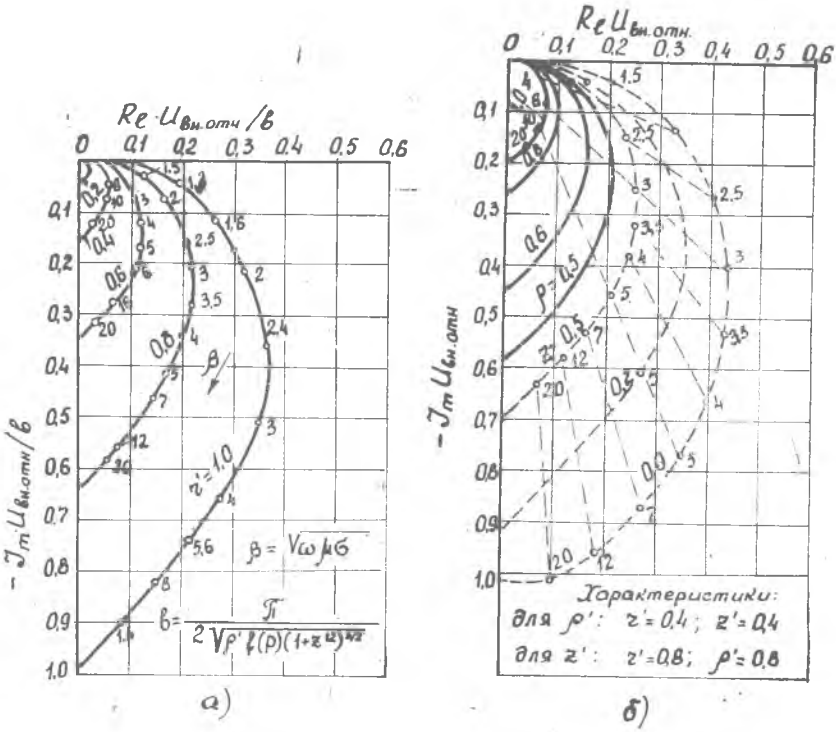

Рис. 2. Зависимость относительного комплексного напряжения наружного проходного преобразователя: а) от $\beta = a\sqrt{W\mu\sigma}$ и б) от β, ρ' и z'

общенного параметра $\beta = a\sqrt{w\mu_0\mu^1\sigma}$, радиуса сердечника, радиуса измерительной катушки и базы преобразователя. Зависимости аналогичны случаю бесконечно длинного соленоида и, следовательно, многие выводы, сделанные ранее относительно влияния свойств материала сердечника и его геометрических размеров для этого случая, остаются справедливыми и для двухвиткового преобразователя.

Уменьшение радиуса измерительной катушки, т. е. приближение ее к поверхности сердечника, увеличивает вносимое напряжение пропорционально коэффициенту $\frac{1}{\sqrt{\rho' f(p)}}$. Изменение базы приводит сначала к росту $U_{1\text{вн отн}}$, а затем к уменьшению, согласно зависимости $\frac{1}{f(p\,(1+z'^2)}\,\frac{3}{2}$.

На рис. 3 показана комплексная плоскость вносимого напряжения проходного преобразователя, помещенного внутри толстостенной трубы. Пунктирные линии изображают влияние внутреннего радиуса трубы, а сплошные — магнитной проницаемости материала.

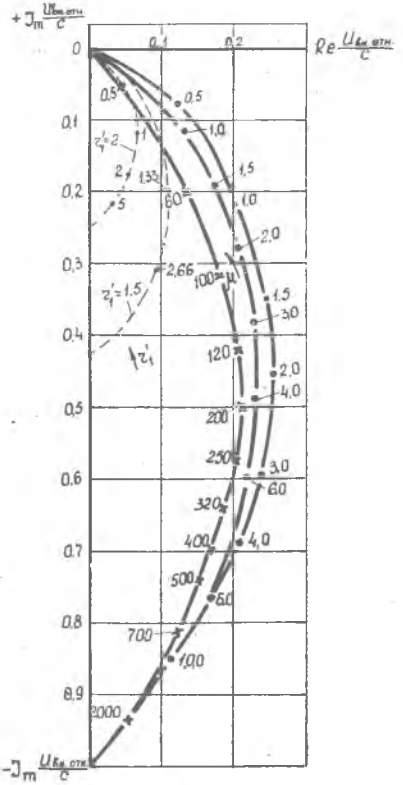

Рис. 3. Влияние r' и μ' на комплексное относительное напряжение внутреннего проходного преобразователя

Интересно, что при значительном увеличении μ' кривые мало деформируются в плоскости, в то время как рабочая точка, характеризующая величину обобщенного параметра, резко смещается снизу вверх. Влияние базы внутреннего преобразователя аналогично случаю для наружного. Увеличение радиуса измерительной катушки приводит к росту вносимого импеданса пропорционально $\frac{p'^{\frac{3}{2}}}{f(p)}$.

Для экранных проходных преобразователей характерно, что независимо от того, находится ли токовая катушка снаружи либо внутри трубы, влияние свойств материала и геометрических размеров изделия остается идентичным. На рис. 4 приводятся зависимости напряжения измерительной катушки в функции обобщенного параметра β, μ', а также внутреннего и наружного радиуса трубы.

При увеличении магнитной проницаемости материала кривые комплексного напряжения смещаются вправо, причем обобщенный параметр одной и той же величины переходит снизу вверх.

При сравнительно больших значениях аргумента $\left(kr \geqslant 15e^{\frac{\pi}{4} j}\right)$, что часто имеет место при контроле ферромагнитных материалов, отношение функций Бесселя $\frac{I_1(kr)}{I_0(kr)}$ и $\frac{K_0(kr)}{K_1(kr)}$ с погрешностью не более 5% можно принять равным единице. Тогда формулы (15)—(18) еще более упрощаются, переходя соответственно в (19)—(22):

$$U_{вн.отн\,I} = \frac{j\pi r'^2\left(\frac{2\mu'}{kr} - 1\right)}{2\sqrt{p'}\, f(p)(1 + z'^2)^{\frac{3}{2}}}, \tag{19}$$

$$U_{вн.отн.\,II} = -\frac{j\pi p'^{\frac{3}{2}}}{2r_1'^2 f(p)(1 + z'^2)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{2\mu'}{kr} + 1\right)}, \tag{20}$$

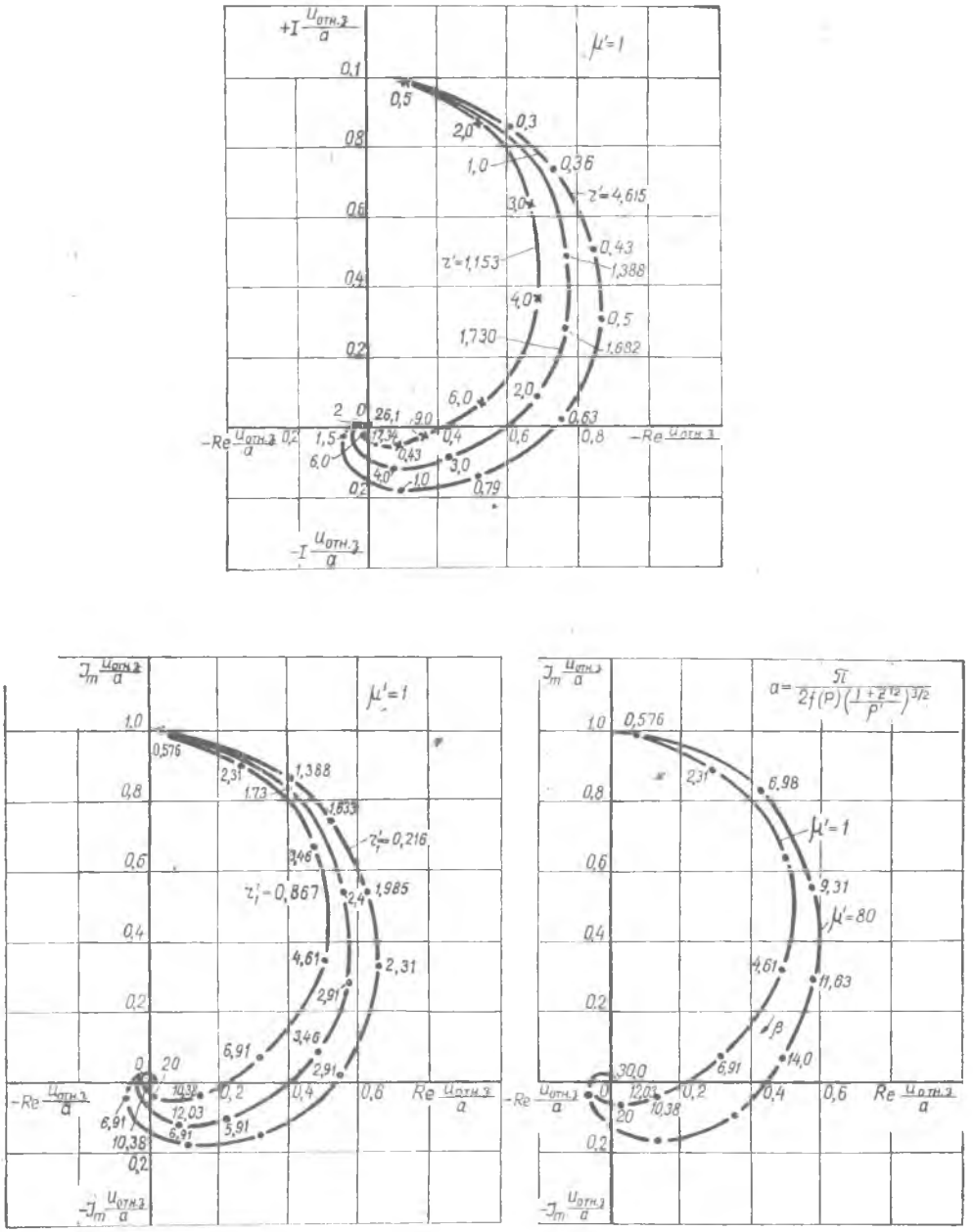

Рис. 4. Зависимость относительного комплексного напряжения наружного экранного преобразователя: а) от $\beta = a\sqrt{\overline{W}\mu\sigma}$ и μ'; б) от β и τ_1'; в) от β и τ'.

Работа посвящена решению задач синтеза систем автоматического управления при случайных воздействиях. Решение находится в виде ортогонального ряда.

$$U_{\text{отн}_3} = \frac{j\pi\mu' p'^{\frac{3}{2}}}{kr_1 f(p)(1+z'^2)^{\frac{3}{2}}[I_0(kr)K_0(kr_1)(2\mu'+kr_1)+K_0(kr)I_0(kr_1)(2\mu'-kr_1)]} \tag{21}$$

$$U_{\text{отн}_4} = \frac{j\pi\mu' p'^{-\frac{3}{2}}}{kr_1 f(p)\left(1+\frac{z^2}{p^2}\right)^{\frac{3}{2}}[I_0(kr)K_0(kr_1)(2\mu'+kr_1)+K_0(kr)I_0(kr_1)(2\mu'-kr_1)]}. \tag{22}$$

Изменение базы как для наружного, так и для внутреннего проходного экранного преобразователя выражается одинаково с помощью соответствующих сомножителей $\frac{(1+z'^2)^{-\frac{3}{2}}}{f(p)}$ и $\frac{\left(1+\frac{z^2}{p^2}\right)^{-\frac{3}{2}}}{f(p)}$.

Если токовая катушка располагается снаружи, то увеличение напряжения на внутренней измерительной катушке происходит пропорционально коэффициенту $\frac{p'^{\frac{3}{2}}}{f(p)}$. При обратном положении указанная зависимость определяется членом $\frac{1}{p'^{\frac{3}{2}} f(p)}$, т. е. измерительное напряжение резко уменьшается с ростом радиуса наружной измерительной катушки.

Анализ приведенных форм позволяет сделать общие выводы для выбора оптимальных геометрических размеров вихретоковых преобразователей проходного типа. Чтобы получить максимальную относительную чувствительность, следует задающую и измерительную катушки по возможности приближать к изделию контроля, а базу преобразователя выбирать в пределах 0,4—1,0 радиуса токовой катушки.

Погрешность приведенных формул оценивалась при снятии экспериментальных кривых вносимого напряжения с помощью фазочувствительных измерительных схем (вольтметр В5-1, фазометры Ф2-1, Ф2-4, осциллограф С1-16), а также путем сравнения с опубликованными экспериментальными данными.

В качестве переменных параметров использовались база и радиусы катушек проходного преобразователя. Для неферромагнитных образцов максимальная погрешность расчета не превышает 17%. Возможность использования полученных формул для контроля магнитных материалов является темой специального исследования, выходящего за рамки данной работы.

Эксперименты показали также, что при совмещении измерительной и токовой катушек ($\rho=a$, $z'=0$) функцию $f(p)$ следует брать равной $\left(\frac{\pi}{2}\right)^3$, а при $\rho=a$ и $z'=0{,}1$ $f(p)=\left(\frac{\pi}{2}\right)^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. М. Родигин и И. Е. Коробейникова. Контроль качества изделий методом вихревых токов. Москва, Свердловск, Машгиз, 1958.
2. В. Г. Герасимов. «Заводская лаборатория», № 9, стр. 1094, 1962.
3. Неразрушающие испытания (справочник), часть II, М, Л, 1965.
4. В. Г. Герасимов и Л. А. Чернов. «Дефектоскопия», № 5, стр. 47, 1965.