Ю. М. МОТРОХИН

О РАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ ШАГОВОГО ДВИГАТЕЛЯ

Вопросам динамики шагового двигателя посвящен ряд работ. Однако в них не учитывается ряд факторов, влияющих на электрические и механические процессы в нем, а также не рассмотрена возможность равномерного вращения ротора двигателя при импульсном питании статорных обмоток.

В настоящей статье рассматриваются уравнения движения шагового двигателя с коммутируемыми статорными обмотками. За исходное положение ротора принимается момент подхода зубца к полюсу статора.

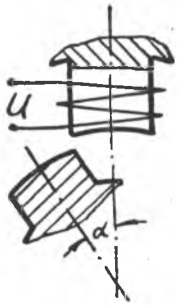

Рис. 1

Уравнения двигателя имеют вид

$$\frac{d\psi}{dt} + Ri = U(t); \tag{1}$$

$$I\,\frac{d^2\alpha}{dt^2} + K\,\frac{d\alpha}{dt} = M_{\text{дв}}; \tag{2}$$

$$M_{\text{дв}} = \frac{1}{2}\,\frac{d(\psi i)}{d\alpha}\,. \tag{3}$$

$$\psi = Li. \tag{4}$$

Здесь ψ — потокосцепление;
R — активное сопротивление обмотки;
i — ток обмотки;
U — напряжение, подводимое к обмотке;
I — момент инерции ротора;
α — угол поворота;
L — индуктивность обмотки;
K — коэффициент демпфирования;
$M_{\text{дв}}$ — движущий момент.

Уравнения рассматриваются в пределах одного шага. Подставляя (3) и (4) в (1) и (2), получим

$$L\,\frac{di}{dt} + \left(R + \frac{dL}{dt}\right)i = U(t), \tag{5}$$

$$I\,\frac{d\alpha}{dt}\,\frac{d^2\alpha}{dt^2}+K\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2=\frac{1}{2}\,i^2\frac{dL}{dt}+Li\frac{di}{dt}\;. \qquad (6)$$

Полагаем теперь $\frac{d\alpha}{dt}=\omega_0=\text{const}$. Тогда уравнение (6) примет вид

$$Li\,\frac{di}{dt}+\frac{1}{2}\,i^2\,\frac{d\alpha}{dt}=k\omega_0^2=0. \qquad (7)$$

Определив из (7) $\frac{di}{dt}$ и подставив в (5), будем иметь

$$\left(\frac{d\alpha}{dt}+2R\right)i^2-2ui+2k\omega_0^2=0. \qquad (8)$$

Так как $u(t)$ до сих пор рассматривалась как неопределенна функция времени, то можно потребовать выполнения равенства

$$u^2(t)=2k\omega_0^2\left(\frac{dL}{dt}+2R\right)\;. \qquad (9)$$

Тогда

$$i=\frac{U}{\frac{dL}{dt}+2R}\;. \qquad (10)$$

С учетом (9) и (10) уравнение (1) принимает вид

$$L\frac{d^2\,L}{dt}+2R\frac{dL}{dt}+4R^2=0. \qquad (11)$$

Полагаем $\frac{dL}{dt}=p$. Тогда $\frac{d^2L}{dt^2}=\frac{dp}{dt}=\frac{dp}{dL}\cdot\frac{dL}{dt}=p\frac{dp}{dL}$.

Подставляя полученные соотношения в (11) и интегрируя, получим $L=c_1(p+2R)\,e^{-\frac{1}{2R}p}$, или, исключая p,

$$L=c_1\left(\frac{dL}{dt}+2R\right)e^{-\frac{1}{2R}\frac{dL}{dt}}. \qquad (12)$$

Соотношение (12) является первым интегралом уравнения (11) и, в свою очередь, дифференциальным уравнением Лагранжа.

Решая это уравнение, получим окончательно

$$L=2R\,(t-c_2)\left[\ln\frac{c_1}{t-c_2}+1\right]\;. \qquad (13)$$

Здесь c_1 и c_2 произвольные постоянные, которые могут быть определены из начальных условий.

Полагая при $t=0$ $L=L_0$ и $\frac{dL}{dt}=L_0'$, найдем

$$c_1=\frac{L_0}{L_0'+2R}\,\exp\frac{L_0'}{2R}\;. \qquad (14)$$

$$c_2=-\frac{L_0}{L_0'+2R}\;.$$

Зная закон $L(t)$, можно найти $U(t)$ и $i(t)$, пользуясь соотношениями (9) и (10).

Так как $\alpha = \omega_0 t$, то уравнения (9) и (13) можно рассматривать как условия получения равномерного вращения ротора.