

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКОГО ДАТЧИКА УГЛОВОГО ПОЛОЖЕНИЯ

При автоматизации контроля суточного хода часов применяются электронно-оптические датчики для съема показаний часов или других стрелочных приборов [1, 2]. Вопросы точности работы та-



Рис. 1

ких устройств имеют принципиально-важное значение, определяющее их практическое использование. Для исследования этих вопросов, а также для разработки конструктивных и алгоритмических методов устранения источников погрешности контроля составим подробное математическое описание процессов формирования выходного сигнала датчика.

Принцип получения информации об угловом положении стрелок в упомянутых датчиках [1, 2] заключается в осуществлении круговой развертки циферблата часов. Для

этого изображение циферблата проектируется на непрерывно вращающийся экран со щелью (рис. 1). Свет, прошедший через щель, попадает на экран ФЭУ. В момент прохождения щели через изображение стрелки на выходе ФЭУ появляется электрический импульс, временное положение которого характеризует угловое положение стрелки.

Примем приближенно освещенности экрана, создаваемые

изображением стрелки циферблата, а также отраженным светом от стекла часов, в пределах щели постоянными величинами:

$$E_1 = E \cdot k_1; \quad E_2 = E \cdot k_2; \quad E_3 = E \cdot k_3,$$

где E — освещенность часов,

k_1 , k_2 и k_3 — коэффициенты отражения циферблата, стрелки и стекла, которые при вращении щели могут меняться. Тогда выражение для светового потока, проходящего через щель, можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Phi_{щ} &= E_1 \cdot \iint_{D_1} r \cdot dr \cdot d\theta + E_2 \cdot \iint_{D_2} r \cdot dr \cdot d\theta + E_3 \cdot \iint_{D_3} r \cdot dr \cdot d\theta = \\ &= E \cdot [(k_1 + k_2) \cdot \iint_{D_3} r \cdot dr \cdot d\theta + (k_2 - k_1) \cdot \iint_{D_2} r \cdot dr \cdot d\theta] = \\ &= E \cdot [(k_1 + k_3) \cdot S_{щ} + (k_2 - k_1) \cdot S_n], \end{aligned} \quad (1)$$

где D_1 — область щели с освещенностью E_1 ;

D_2 — область щели с освещенностью E_2 ;

S_n — площадь этой области;

D_3 — область, ограниченная кромками щели;

$S_{щ}$ — площадь щели.

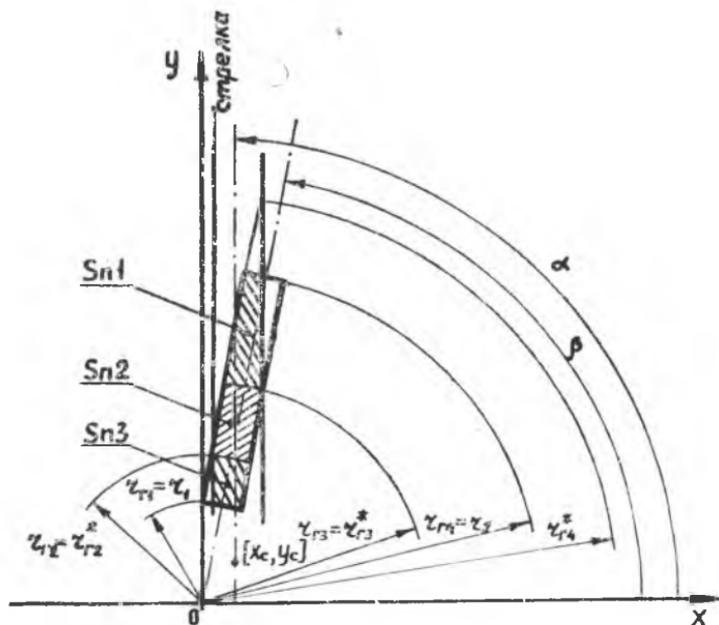


Рис. 2

Полезный сигнал определяется величиной $\iint_{D_2} r \cdot dr \cdot d\theta$. Для ее вычисления разобьем область D_2 радиусами r_{r1} , r_{r2} , r_{r3} , r_{r4} на участ-

ки, как показано на рис. 2. После вычисления интеграла получим

$$\begin{aligned}
 S_{\pi} &= \iint_{D_2} r \cdot dr \cdot d\theta = \\
 &= 0,5 \left[\left| r_{r4}^2 \cdot \arcsin\left(\frac{d_1}{r_{r4}}\right) + d_1 \cdot \sqrt{r_{r4}^2 - d_1^2} - r_{r3}^2 \arcsin\left(\frac{d_1}{r_{r3}}\right) - d_1 \cdot \sqrt{r_{r3}^2 - d_1^2} \right| + \right. \\
 &+ \left. \left| r_{r4}^2 \cdot \arcsin\left(\frac{b}{r_{r4}}\right) + b \cdot \sqrt{r_{r4}^2 - b^2} - r_{r3}^2 \cdot \arcsin\left(\frac{b}{r_{r3}}\right) - b \cdot \sqrt{r_{r3}^2 - b^2} \right] - \right. \\
 &\quad \left. - (\alpha - \beta) \cdot \frac{|r_{r4}^2 - r_{r3}^2|}{2} + \right. \\
 &+ \left. \left| r_{r3}^2 \cdot \arcsin\left(\frac{d_1}{r_{r3}}\right) + d_1 \cdot \sqrt{r_{r3}^2 - d_1^2} - r_{r2}^2 \cdot \arcsin\left(\frac{d_1}{r_{r2}}\right) - d_1 \cdot \sqrt{r_{r2}^2 - d_1^2} \right| + \right. \\
 &+ 0,5 \left[\left| r_{r2}^2 \cdot \arcsin\left(\frac{a}{r_{r2}}\right) + a \cdot \sqrt{r_{r2}^2 - a^2} - r_{r1}^2 \cdot \arcsin\left(\frac{a}{r_{r1}}\right) - a \cdot \sqrt{r_{r1}^2 - a^2} \right| + \right. \\
 &+ \left. \left| r_{r2}^2 \cdot \arcsin\left(\frac{d_1}{r_{r2}}\right) + d_1 \cdot \sqrt{r_{r2}^2 - d_1^2} - r_{r1}^2 \cdot \arcsin\left(\frac{d_1}{r_{r1}}\right) - d_1 \cdot \sqrt{r_{r1}^2 - d_1^2} \right] - \right. \\
 &\quad \left. - (\beta - \alpha) \cdot \frac{|r_{r2}^2 - r_{r1}^2|}{2}, \quad (2)
 \end{aligned}$$

где

$$a = d_2 - x_c \cdot \sin \alpha + y_c \cdot \cos \alpha;$$

$$b = d_2 + x_c \cdot \sin \alpha - y_c \cdot \cos \alpha;$$

d_1 — половина ширины щели;

d_2 — половина ширины изображения стрелки;

x_c, y_c — смещения центра изображения циферблата относительно оси круговой развертки;

α — угловое положение стрелки;

β — угловое положение диска со щелью.

Как видно из рис. 2, величины $r_{r1}, r_{r2}, r_{r3}, r_{r4}$ зависят от взаимного углового положения щели и стрелки, т. е. от величины $\beta - \alpha$. При определенных значениях этой величины $r_{r1}, r_{r2}, r_{r3}, r_{r4}$ ограничиваются концами щели r_1 и r_2 . Нетрудно показать, что граничные значения $\beta - \alpha$ определяются соотношениями

$$\left. \begin{aligned}
 G_{11} &= \beta_{r11} - \alpha = \arcsin\left(\frac{a}{r_1}\right) + \arcsin\left(\frac{d_1}{r_1}\right) \\
 G_{12} &= \beta_{r12} - \alpha = \arcsin\left(\frac{a}{r_2}\right) + \arcsin\left(\frac{d_1}{r_2}\right)
 \end{aligned} \right\} \text{ для } r_{r1},$$

$$\left. \begin{aligned}
 G_{21} &= \beta_{r21} - \alpha = \arcsin\left(\frac{a}{r_1}\right) - \arcsin\left(\frac{d_1}{r_1}\right) \\
 G_{22} &= \beta_{r22} - \alpha = \arcsin\left(\frac{a}{r_2}\right) - \arcsin\left(\frac{d_1}{r_2}\right)
 \end{aligned} \right\} \text{ для } r_{r2},$$

$$\left. \begin{aligned} G_{31} &= \beta_{r_{31}} - \alpha = \arcsin\left(\frac{d_1}{r_1}\right) - \arcsin\left(\frac{b}{r_1}\right) \\ G_{32} &= \beta_{r_{32}} - \alpha = \arcsin\left(\frac{d_1}{r_2}\right) - \arcsin\left(\frac{b}{r_2}\right) \end{aligned} \right\} \text{ДЛЯ } r_{r3}, \\
 \left. \begin{aligned} G_{41} &= \beta_{r_{41}} - \alpha = -\arcsin\left(\frac{d_1}{r_1}\right) - \arcsin\left(\frac{b}{r_1}\right) \\ G_{42} &= \beta_{r_{42}} - \alpha = -\arcsin\left(\frac{d_1}{r_2}\right) - \arcsin\left(\frac{b}{r_2}\right) \end{aligned} \right\} \text{ДЛЯ } r_{r4}. \quad (3)$$

По этим граничным значениям углов можно определить и величины r_{r1} , r_{r2} , r_{r3} , r_{r4} :

$$\left. \begin{aligned} r_{r1} &= \begin{cases} r_1 & \text{при } G_{11} \leq \beta - \alpha \\ r_{r1}^* & \text{при } G_{12} < \beta - \alpha < G_{11} \\ r_2 & \text{при } 0 < \beta - \alpha \leq G_{12} \\ r_1 & \text{при } \beta - \alpha \leq 0, \end{cases} \\
 r_{r2} &= \begin{cases} r_1 & \text{при } |G_{21}| \leq |\beta - \alpha| \\ r_{r2}^* & \text{при } |G_{22}| < |\beta - \alpha| < |G_{21}| \\ r_2 & \text{при } |\beta - \alpha| \leq |G_{22}| \\ r_1 & \text{при } \text{sign}(\beta - \alpha) \neq \text{sign}(G_{21}), \end{cases} \left. \begin{aligned} & \text{при } \text{sign}(\beta - \alpha) = \\ & = \text{sign}(G_{21}) \end{aligned} \right\} \\
 r_{r3} &= \begin{cases} r_1 & \text{при } |G_{31}| \leq |\beta - \alpha| \\ r_{r3}^* & \text{при } |G_{32}| < |\beta - \alpha| < |G_{31}| \\ r_2 & \text{при } |\beta - \alpha| \leq |G_{32}| \\ r_1 & \text{при } \text{sign}(\beta - \alpha) \neq \text{sign}(G_{31}), \end{cases} \left. \begin{aligned} & \text{при } \text{sign}(\beta - \alpha) = \\ & = \text{sign}(G_{31}) \end{aligned} \right\} \\
 r_{r4} &= \begin{cases} r_1 & \text{при } G_{41} \geq \beta - \alpha \\ r_{r4}^* & \text{при } G_{42} > \beta - \alpha \geq G_{41} \\ r_2 & \text{при } 0 > \beta - \alpha \geq G_{42} \\ r_1 & \text{при } \beta - \alpha \geq 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} r_{r1}^* &= \frac{\sqrt{d_1^2 + 2 \cdot d_1 \cdot a \cdot \cos(\alpha - \beta) + a^2}}{|\sin(\alpha - \beta)|}; \\
 r_{r2}^* &= \frac{\sqrt{d_1^2 - 2 \cdot d_1 \cdot a \cdot \cos(\alpha - \beta) + a^2}}{|\sin(\alpha - \beta)|}; \\
 r_{r3}^* &= \frac{\sqrt{d_1^2 - 2 \cdot d_1 \cdot b \cdot \cos(\alpha - \beta) + b^2}}{|\sin(\alpha - \beta)|}; \\
 r_{r4}^* &= \frac{\sqrt{d_1^2 + 2 \cdot d_1 \cdot b \cdot \cos(\alpha - \beta) + b^2}}{|\sin(\alpha - \beta)|}. \end{aligned} \quad (5)$$

Относительно к тем скоростям и амплитудам изменения светового потока, попадающего на фотокатод, которые имеют место в электронно-оптическом датчике, ФЭУ можно считать практически безинерционным, а его выходную характеристику — линейной, т. е.

$$i = i_0 + k_{\Phi} \cdot \Phi_{\text{ш}},$$

где i — ток ФЭУ при потоке $\Phi_{\text{ш}}$;
 i_0 — условный темновой ток ФЭУ;
 k_{Φ} — масштабный коэффициент.

Тогда для выходного напряжения ФЭУ запишем:

$$U_{\text{вых}} = E_{\text{п}} - i \cdot R_{\text{н}} = E_{\text{п}} - R_{\text{н}} \cdot i_0 - k_{\Phi} \cdot R_{\text{н}} \cdot \Phi_{\text{ш}}.$$

Подставив $\Phi_{\text{ш}}$ из (1), получим:

$$U_{\text{вых}} = E_{\text{п}} - R_{\text{н}} \cdot i_0 - k \cdot R_{\text{н}} \cdot E \cdot [(k_1 + k_3) \cdot S_{\text{ш}} + (k_2 - k_1) \cdot S_{\text{п}}]. \quad (6)$$

Поскольку полезная информация выходного сигнала $U_{\text{вых}}(t)$ определяется его переменной составляющей, то ее целесообразно выделить, например, с помощью разделительной емкости. Переменную составляющую выходного сигнала найдем разложением (6) в ряд Тейлора. Отбросив все члены выше второго порядка малости, получим

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{вых}} = \Delta E_{\text{п}} - \{ \bar{i} + k \cdot \bar{E} \cdot [(\bar{k}_1 + \bar{k}_3) \cdot S_{\text{ш}} + (k_2 - \bar{k}_1) \cdot S_{\text{п}}] \} \cdot \Delta R_{\text{н}} - \bar{R}_{\text{н}} \cdot i_{\text{ш}} - \\ - k \cdot \bar{R}_{\text{н}} \cdot [(\bar{k}_1 + \bar{k}_3) \cdot S_{\text{ш}} + (k_2 - \bar{k}_1) \cdot S_{\text{п}}] \cdot \Delta E - k \cdot \bar{R}_{\text{н}} \cdot \bar{E} \cdot (S_{\text{ш}} - S_{\text{п}}) \cdot \Delta k_1 - \\ - k \cdot \bar{R}_{\text{н}} \cdot \bar{E} \cdot S_{\text{ш}} \cdot \Delta k_3 - k \cdot \bar{R}_{\text{н}} \cdot \bar{E} \cdot (k_2 - \bar{k}_1) \cdot \Delta S_{\text{п}}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\Delta E_{\text{п}}$, $\Delta R_{\text{н}}$, ΔE , Δk_3 , Δk_1 , $i_{\text{ш}}$ — переменные составляющие величин $E_{\text{п}}$, $R_{\text{н}}$, E , k_3 , k_1 , i ;

$\bar{E}_{\text{п}}$, $\bar{R}_{\text{н}}$, \bar{E} , \bar{k}_3 , \bar{k}_1 , \bar{i} — их средние значения.

Величина $\Delta E_{\text{п}}$ определяется пульсацией напряжения питания, $\Delta R_{\text{н}}$ — тепловыми шумами и флуктуациями проводимости, $i_{\text{ш}}$ — собственными шумами ФЭУ, ΔE — пульсацией потока осветителя, Δk_1 , Δk_3 — неравномерностью фона циферблата и коэффициента отражения стекла часов на участке прохождения щели. Насколько правильно отражает описанная выше математическая модель, датчика процессы, протекающие в

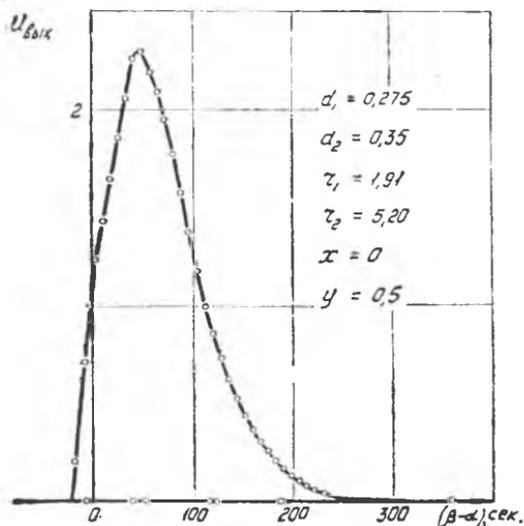


Рис. 3

физической модели, можно судить из рис. 3, где показана форма выходного сигнала полученная по формулам (2—5). Форма этого сигнала полностью совпадает с формой реально наблюдаемых сигналов на выходе датчика.

Выведенные соотношения позволяют количественно оценить степень влияния различных источников погрешности измерения и выявить основные из них. Для этого может быть применен метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) [3, 4]. Кроме того, на основе выведенных соотношений могут быть разработаны алгоритмы контроля с учетом основных источников погрешности и введением на них соответствующих поправок.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. С. Волков, Ю. Н. Кулачковский, Ю. А. Попов. Устройство для съема показаний часов. Авторское свидетельство № 225069 по классу 83с.
 2. Ю. Н. Кулачковский. Устройство для бесконтактного измерения углового положения стрелок часов. «Известия высших учебных заведений СССР» по разделу «Приборостроение», 1968.
 3. Н. П. Бусленко, Д. И. Голенко, И. М. Соболев, В. Г. Срагович, Ю. А. Шрейдер. Метод статистических испытаний. Физматгиз, 1962.
 4. Р. М. Туркельтауб. Методы исследования точности и надежности схем аппаратуры. «Энергия», 1966.
-