

Ю. И. КЛИМНЮК

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ И ПОЛУСВОБОДНОГО СЛЕДА НА ВХОДНОМ УЧАСТКЕ КОМПРЕССОРНОЙ РЕШЕТКИ

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

λ — коэффициент скорости основного потока;

C_{f_0} — коэффициент трения пластины;

δ — толщина зоны пониженных скоростей (ограниченная стенкой и струйкой тока, выше которой поток можно рассматривать как поток идеальной жидкости);

δ^* , δ^{**} , δ^{***} — толщины вытеснения, потери импульса и потери энергии;

ω^* — коэффициент недоиспользования площади канала;

$\sigma = \frac{P_{02}}{P_{01}}$ — коэффициент восстановления полного давления, характеризующий потери полного давления между рассматриваемыми сечениями;

E — степень турбулентности основного потока, %;

$Re_i = \frac{\rho U l}{\mu}$ — число Рейнольдса;

$\bar{U} = \frac{U}{U_{осн. п}}$ — отношение скорости в пограничном слое к скорости основного потока;

$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_{осн. п}}$ — отношение плотности в пограничном слое к плотности основного потока;

F — геометрическая площадь канала;

$F_{эф}$ — эффективная площадь канала;

ΔF^* — приращение периметра канала на толщину вытеснения пограничного слоя по этому периметру;

A_{Γ} — высота канала в горле плоской решетки;

l_1 — расстояние от носика профиля до области взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем на спинке профиля;

Δ — высота бугорка шероховатости поверхности на участке l_1 ;

$l_{са}$ — расстояние от области взаимодействия до горла решетки.

При течении реальной жидкости вблизи стенки образуется зона пониженных скоростей. Из-за этой зоны толщиной δ максимально-возможный объемный расход газа (протекающего при скорости потока, равной звуковой) через данное сечение канала будет меньше на величину коэффициента недоиспользования площади μ^* . Количество движения и кинетическая энергия газа, протекающего через этот канал, также уменьшаются.

Коэффициент недоиспользования площади для плоского канала бесконечной ширины и высотой A_r имеет вид

$$\mu^* = 1 - \frac{\delta^*}{A_r} \quad (1)$$

Величина уменьшения кинетической энергии оценивается коэффициентом восстановления полного давления σ , записываемым для этого канала согласно [1] в виде

$$\sigma = \left[1 + \frac{\delta^{***}}{A_r \cdot \mu^*} \cdot \frac{1}{\frac{k+1}{k-1} \cdot \frac{1}{\lambda^2} - 1} \right]^{k-1} \quad (2)$$

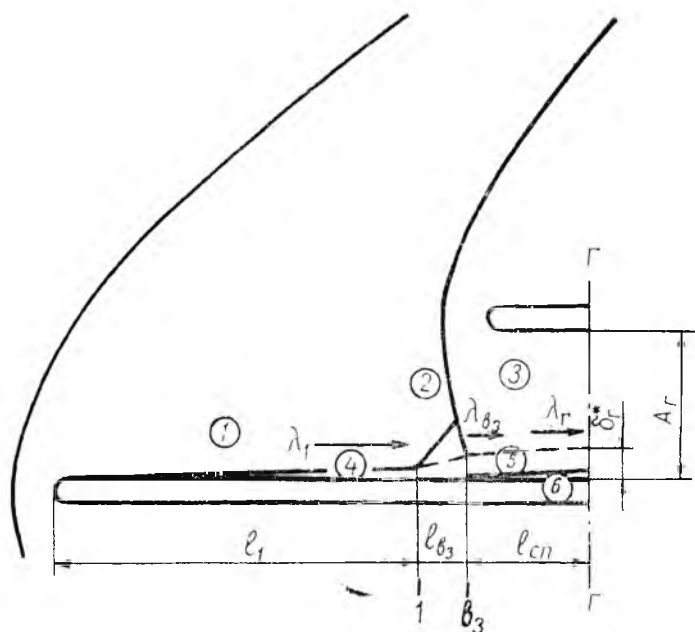


Рис. 1. Схема течения на входном участке компрессорной решетки, обтекаемой сверхзвуковым потоком:

- 1 — зона безградиентного течения; 2 — прямой скачок уплотнения; 3 — зона ускоренного течения; 4 — пограничный слой; 5 — полусвободный след; 6 — пограничный слой

Коэффициент σ может быть рассчитан и по приближенному выражению [2], пригодному для дозвуковой области течения в плоском канале бесконечной ширины и высотой A_T

$$\sigma = 1 - \frac{k}{k+1} \lambda^2 \frac{\delta^{***}}{A_T \cdot \mu^*}$$

На рис. 1 приведена схема течения на входном участке компрессорной решетки, обтекаемой сверхзвуковым потоком [5]. В зоне I течение близко к безградиентному, на входе в межлопаточный канал образуется прямой скачок уплотнения, в котором сверхзвуковой поток тормозится до дозвуковых скоростей. Втекая в межлопаточный канал, поток разгоняется. На участке l образуется сжимаемый турбулентный пограничный слой, перед межлопаточным каналом он в области взаимодействия со скачком уплотнения* отрывается и образует полусвободный след, который при течении до минимального сечения межлопаточного канала (горла) несколько размывается из-за наличия разгона. Под следом на участке $l_{сл}$ вновь образуется пограничный слой. Ввиду незначительности расстояния $l_{сл}$ по сравнению с l_1 у типичных компрессорных решеток влиянием этого пограничного слоя на течение можно пренебречь. Для оценки степени недоиспользования площади в горле решетки и расчета коэффициента восстановления полного давления, характеризующего долю потерь на образование и выравнивание полусвободного следа, необходимо знать условные толщины следа в горле.

Целью данной статьи является разработка порядка и необходимых соотношений для расчета условных толщин полусвободного следа в горле решетки.

Учитывая, что для пограничного слоя на пластине в безградиентном потоке имеет место зависимость (4) $\delta^{**} = 0,5 \cdot C_f \cdot l_1$, толщину потери импульса несжимаемого турбулентного пограничного слоя, образующегося на участке l_1 , можно рассчитать через коэффициент трения гладкой пластины в безградиентном потоке несжимаемой жидкости нуле-

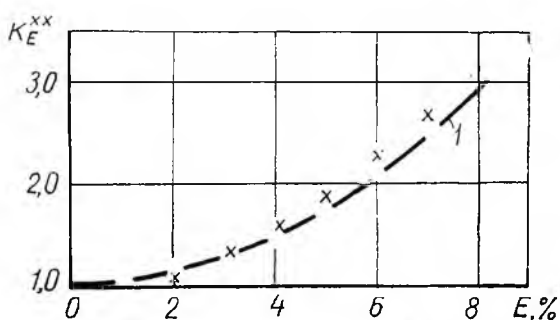


Рис. 2. Зависимость коэффициента K_E^{**} от степени турбулентности по [1].

$\cdot - R_{rel}=10\%$ $x - R_{rel}=10^6$,

I — аппроксимация $K_E^{**}=1+0,03 \cdot E^2$

* См. статью Ю. И. Климнюка, А. П. Комарова. «Приближенный метод расчета параметров области взаимодействия прямого скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем», наст. сб. стр.

вой турбулентности $C_{f_{огл}}$ и поправочные коэффициенты, учитывающие шероховатость поверхности участка l_1 $K_{шер}^{**} = \frac{C_{f_0}}{C_{f_{огл}}} = \frac{\delta_0^{**}}{\delta_{огл}^{**}}$ и степень турбулентности основного потока E .

$$K_E^{**} = \frac{C_{f_0 E}}{C_{f_0 E=0}} = \frac{\delta_{0E}^{**}}{\delta_{0E=0}^{**}}$$

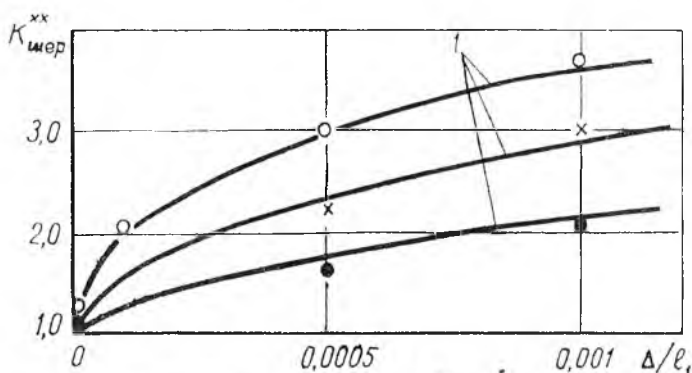


Рис. 3. Зависимость коэффициента $K_{шер}^{**}$ от относительной высоты бугорков шероховатости по [3]

● — $Re_l = 10^6$, x — $Re_l = 10^7$, ○ — $Re_l = 10^8$,
1 — аппроксимация $K_{шер}^{**} = 1 + 60 \left(\frac{1g Re_l}{7} \right)^3 \cdot \sqrt{\frac{\Delta}{l_1}}$

Зависимость коэффициента K_E^{**} от степени турбулентности E определяется по экспериментальным данным [1], представленным на рис. 2 и аппроксимируемым соотношением

$$K_E^{**} = 1 + 0,03 \cdot E^2 \quad (3)$$

Зависимость коэффициента $K_{шер}^{**}$ от относительной высоты бугорков шероховатости Δ/l_1 определяется по экспериментальным данным [3], представленным на рис. 3 и аппроксимируемым для диапазона чисел Рейнольдса $10^5 \div 10^9$ соотношением

$$K_{шер}^{**} = 1 + 60 \left(\frac{1g Re_l}{7} \right)^3 \cdot \sqrt{\frac{\Delta}{l_1}} \quad (4)$$

Откуда

$$\delta_{10}^{**} = 0,5 l_1 \cdot C_{f_{огл}} \cdot K_{шер}^{**} \cdot K_E^{**}, \quad (5)$$

где $C_{f_{огл}}$ определяется числом Рейнольдса Re_l по экспериментальным данным [1] или [4].

При известной толщине потери импульса δ_{10}^{**} условные толщины сжимаемого турбулентного пограничного слоя на участке l_1

определяются через коэффициенты формы профиля скорости в турбулентном пограничном слое в потоке несжимаемой жидкости

$$H_0^0 = \frac{\delta_0}{\delta_0^{**}}, \quad H_0 = \frac{\delta_0^*}{\delta_0^{**}}, \quad H_0^{CO} = \frac{\delta_0^{**}}{\delta_0^{***}}$$

и поправочные коэффициенты, учитывающие сжимаемость,

$$K_\lambda = \frac{\delta_\lambda}{\delta_0}, \quad K_\lambda^* = \frac{\delta_\lambda^*}{\delta_0^*}, \quad K_\lambda^{**} = \frac{\delta_\lambda^{**}}{\delta_0^{**}}, \quad K_\lambda^{***} = \frac{\delta_\lambda^{***}}{\delta_0^{***}}$$

следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta_{1\lambda} &= \delta_{10}^{**} \cdot H_0^0 \cdot H_0 \cdot K_\lambda, \\ \delta_{1\lambda}^* &= \delta_{10}^{**} \cdot H_0 K_\lambda^*, \\ \delta_{1\lambda}^{**} &= \delta_{10}^{**} \cdot K_\lambda^{**}, \\ \delta_{1\lambda}^{***} &= \delta_{10}^{**} \cdot \frac{K_\lambda^{***}}{H_0^{CO}}, \end{aligned} \quad (6)$$

где индекс λ обозначает параметры сжимаемого пограничного слоя

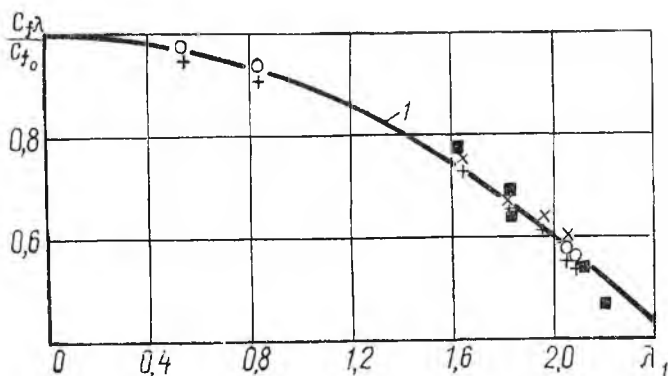


Рис. 4. Зависимость отношения коэффициентов трения $C_{f\lambda}/C_{f_0}$ гладкой пластины в безградиентном потоке по [7] и [8]

$$1 - \text{аппроксимация } \frac{C_{f\lambda}}{C_{f_0}} = 1 - 0,1 \cdot \lambda^2.$$

$$\square - (7), \quad + - R_{el} = 6 \cdot 10^4 (8), \quad \times - R_{el} = 10 \cdot 10^4 (8), \\ \bigcirc - R_{el} = 16 \cdot 10^4 (8).$$

Коэффициент K_λ^{**} определяется по экспериментальной зависимости отношений коэффициентов трения гладкой плоской пластины в безградиентных потоках сжимаемой и несжимаемой жидкости

[7] и [8], представленной на рис. 4 и аппроксимируемой для диапазона $\lambda = 0 \div 2$ соотношением

$$K_{\lambda}^{**} = \frac{C_{f\lambda}}{C_{f0}} = 1 - 0,1 \lambda^2. \quad (7)$$

Поправочные коэффициенты K_{λ} , K_{λ}^* , K_{λ}^{***} определяются через коэффициент K_{λ}^{**} и коэффициенты формы пограничного слоя соответственно в безградиентных потоках несжимаемой и сжимаемой жидкости:

$$K_{\lambda}^* = K_{\lambda}^{**} \cdot \frac{H_{\lambda}}{H_0}, \quad K_{\lambda} = K_{\lambda}^* \cdot \frac{H_{\lambda}^0}{H_0^0}, \quad K_{\lambda}^{***} = K_{\lambda}^{**} \cdot \frac{H_0^{00}}{H_{\lambda}^{00}}.$$

Коэффициенты формы профиля скорости в пограничном слое в безградиентных потоках несжимаемой и сжимаемой жидкости рассчитываются по известным распределениям скорости и плотности в пограничном слое через условные толщины:

$$\begin{aligned} \delta^* &= \delta \left[1 - \int_0^1 \bar{\rho} \bar{u} d\bar{y} \right], \\ \delta^{**} &= \delta \left[\int_0^1 \bar{\rho} \bar{u} d\bar{y} - \int_0^1 \bar{\rho} \bar{u}^2 d\bar{y} \right], \\ \delta^{***} &= \delta \left[\int_0^1 \bar{\rho} \bar{u} d\bar{y} - \int_0^1 \bar{\rho} \bar{u}^3 d\bar{y} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

В случае, если распределение скоростей подчиняется степенной зависимости

$$\bar{u} = \bar{y}^{\frac{1}{n}},$$

а распределение плотности зависимости*

$$\bar{\rho} = (1 - a)(1 + a\bar{u}^2 + a^2\bar{u}^4 + a^3\bar{u}^6 + \dots),$$

где $a = \frac{k-1}{k+1} \lambda^2$,

после соответствующих преобразований получаем выражения для коэффициентов формы профиля скорости в пограничном слое в безградиентном потоке сжимаемой жидкости:

$$H_{\lambda}^0 = \frac{\delta}{\delta^*} = \frac{1}{1 - n(1-a) \left[\frac{1}{n+1} + \frac{a}{n+3} + \frac{a^2}{n+5} + \frac{a^3}{n+7} + \dots \right]}, \quad (9)$$

* См. статью Ю. И. Климяка, А. П. Комарова, «Приближенный метод расчета характеристик плоского полусвободного следа» наст. сб. стр.

$$H_\lambda = \frac{\delta^*}{\delta^{***}} = \frac{1-n(1-a) \cdot \left[\frac{1}{n+1} + \frac{a}{n+3} + \frac{a^2}{n+5} + \dots \right]}{n(1-a) \left[\frac{1}{n+1} + \frac{a}{n+3} + \frac{a^2}{n+5} + \dots - \frac{1}{n+2} - \frac{a}{n+4} - \frac{a^2}{n+6} + \dots \right]} \quad (10)$$

$$H_\lambda^{00} = \frac{\delta^{**}}{\delta^{***}} = \frac{\frac{1}{n+1} + \frac{a}{n+3} + \frac{a^2}{n+5} + \dots - \frac{1}{n+2} - \frac{a}{n+4} - \frac{a^2}{n+6} - \dots}{\frac{1}{n+1} + \frac{a}{n+3} + \frac{a^2}{n+5} + \dots - \frac{1}{n+3} - \frac{a}{n+5} - \frac{a^2}{n+7} - \dots} \quad (11)$$

Для несжимаемой жидкости ($a = 0$) из (9)–(11) следует

$$H_0^0 = n+1, \quad H_0 = \frac{n+2}{n}, \quad H_0^{00} = \frac{n+3}{2(n+2)},$$

откуда при $Re_l = 10^6$, $n = 6$ получаем известный результат

$$H_0^0 = 7, \quad H_0 = 1,33, \quad H_0^{00} = 0,562.$$

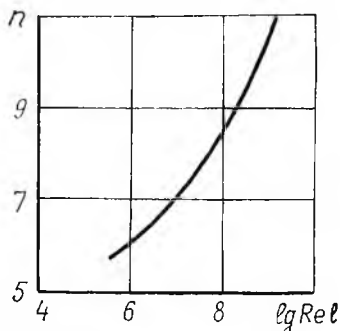


Рис. 5. Влияние числа Рейнольдса на профиль скорости в турбулентном пограничном слое по [6]

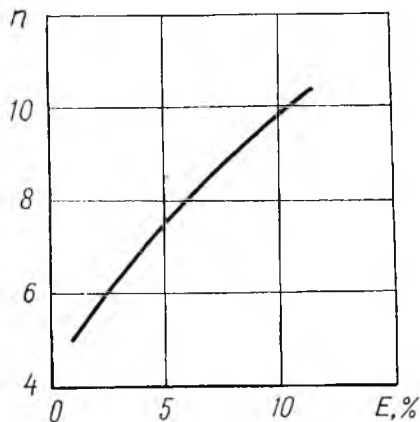


Рис. 6. Влияние степени турбулентности основного потока на профиль скорости в турбулентном пограничном слое по [1]

Показатель степени n распределения скоростей в пограничном слое в безградиентном потоке несжимаемой жидкости, являющийся функцией числа Рейнольдса Re_l и степени турбулентности потока E , определяется по рис. 5 и 6, построенным по экспериментальным данным [6] и [1]. Причем в расчет закладывается большее из определенных по рис. 5 и 6 значений показателя n .

Условные толщины полусвободного следа непосредственно за область взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем определяются через условные толщины турбулентного пограничного

слоя ($\delta_{1\lambda}$, $\delta_{1\lambda}^*$, $\delta_{1\lambda}^{**}$, $\delta_{1\lambda}^{***}$) и коэффициенты, учитывающие степень изменения условных толщин в области взаимодействия;

$$K_{вз} = \frac{\delta_{вз}}{\delta_{\lambda}}, K_{вз}^* = \frac{\delta_{вз}^*}{\delta_{\lambda}^*}, K_{вз}^{**} = \frac{\delta_{вз}^{**}}{\delta_{\lambda}^{**}}, K_{вз}^{***} = \frac{\delta_{вз}^{***}}{\delta_{\lambda}^{***}}$$

следующим образом:

$$\delta_{вз} = \delta_{1\lambda} \cdot K_{вз}, \quad \delta_{вз}^* = \delta_{1\lambda}^* \cdot K_{вз}^*, \quad \delta_{вз}^{**} = \delta_{1\lambda}^{**} \cdot K_{вз}^{**}, \quad \delta_{вз}^{***} = \delta_{1\lambda}^{***} \cdot K_{вз}^{***}.$$

В статье^{***}) получено соотношение для коэффициента $K_{вз}^*$ учитывающего степень изменения толщины вытеснения сжимаемого турбулентного пограничного слоя при отрыве в области взаимодействия с прямым скачком уплотнения

$$K_{вз}^* = 1 + 11,2(\lambda_1 - 1)^2 - 5(\lambda_1 - 1)^3. \quad (12)$$

Остальные поправочные коэффициенты определяются через коэффициенты формы профиля скорости в пограничном слое перед областью взаимодействия и в полусвободном следе за ней:

$$K_{вз} = K_{вз}^* \cdot \frac{H_{вз}^0}{H_{\lambda}^0}, \quad K_{вз}^{**} = K_{вз}^* \cdot \frac{H_{\lambda}}{H_{вз}}, \quad K_{вз}^{***} = K_{вз}^{**} \cdot \frac{H_{\lambda}^{00}}{H_{вз}^0}.$$

При допущении, что в полусвободном следе непосредственно за областью взаимодействия скачка с пограничным слоем скорость на внутренней границе следа равна нулю, а профиль скорости близок к прямолинейному, коэффициенты профиля скорости в полусвободном следе для этого сечения согласно^{**} определяются выражениями:

$$H_{вз}^0 = \frac{3}{1+0,5a_{вз}}, \quad H_{вз} = 2,5 \frac{1+0,5a_{вз}}{1-0,7a_{вз}}, \quad H_{вз}^{00} = \frac{2}{3}, \quad a_{вз} = \frac{k-1}{k+1} \lambda_{вз}^2.$$

Здесь $\lambda_{вз}$ — коэффициент скорости за областью взаимодействия, определяемый согласно^{***} по скорости перед областью взаимодействия

$$\lambda_{вз} = 1 - 0,4(\lambda_1 - 1).$$

Условные толщины полусвободного следа в горле решетки определяются через условные толщины следа ($\delta_{вз}$, $\delta_{вз}^*$, $\delta_{вз}^{**}$, $\delta_{вз}^{***}$) и поправочные коэффициенты, учитывающие изменение условных толщин следа на длине $l_{сл}$ из-за наличия разгона скорости $\frac{\lambda_{вз}}{\lambda_{\Gamma}} < 1$

* См. статью Ю. И. Климяюка, А. П. Комарова «Приближенный метод расчета характеристик плоского полусвободного следа», наст. сб. стр. 133.

** См. статью Ю. И. Климяюка, А. П. Комарова «Приближенный метод расчета параметров области взаимодействия прямого скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем», наст. сб. стр. 126.

*** См. статью Ю. И. Климяюка, А. П. Комарова, «Приближенный метод расчета параметров области взаимодействия прямого скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем», наст. сб. стр. 126.

$$K_{\text{сл}} = \frac{\delta_{\Gamma}}{\delta_{\text{вз}}}, \quad K_{\text{сл}}^* = \frac{\delta_{\Gamma}^*}{\delta_{\text{вз}}^*}, \quad K_{\text{сл}}^{**} = \frac{\delta_{\Gamma}^{**}}{\delta_{\text{вз}}^{**}}, \quad K_{\text{сл}}^{***} = \frac{\delta_{\Gamma}^{***}}{\delta_{\text{вз}}^{***}}$$

следующим образом:

$$\delta_{\Gamma} = \delta_{\text{вз}} \cdot K_{\text{сл}}, \quad \delta_{\Gamma}^* = \delta_{\text{вз}}^* \cdot K_{\text{сл}}^*, \quad \delta_{\Gamma}^{**} = \delta_{\text{вз}}^{**} \cdot K_{\text{сл}}^{**}, \quad \delta_{\Gamma}^{***} = \delta_{\text{вз}}^{***} \cdot K_{\text{сл}}^{***}.$$

Поправочные коэффициенты $K_{\text{сл}}$, $K_{\text{сл}}^*$, $K_{\text{сл}}^{**}$, $K_{\text{сл}}^{***}$ рассчитываются по соотношениям статьи*.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Е. Дейч. Техническая газодинамика. Госэнергоиздат, 1961.
2. С. А. Довжик. Профилирование лопаток осевого дозвукового компрессора. Промышленная аэродинамика, выпуск 11, ЦАГИ, Оборонгиз, 1958.
3. А. П. Мельников. Аэродинамика больших скоростей. Воениздат, М. О., 1961.
4. Л. Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа. ГИ ТТЛ, 1950.
5. Г. И. Таганов. Сверхзвуковые течения газа в перфорированных границах. Гл. II. Особые свойства течения в сверхзвуковых решетках. Машиностроение, 1966.
6. К. К. Федяевский. Пограничный слой и лобовое сопротивление тел вращения при больших числах Рейнольдса. М., ЦАГИ, Труды, вып. 179., 1934.
7. Coles, D. Direct measurement of supersonic skin friction J. Aeron. Sci..., 1952, vol. 22, № 10.
8. D. Chapman, R. Kester, Measurement of turbulent skin friction on cylinders in axial flow at subsonic and supersonic velocities. J. Aeron. Sci..., 1953, vol. 22, № 7.
9. Г. М. Бам-Зеликович. Расчет отрыва пограничного слоя. Известия АН СССР, ОТН, № 12, 68, 1954.